

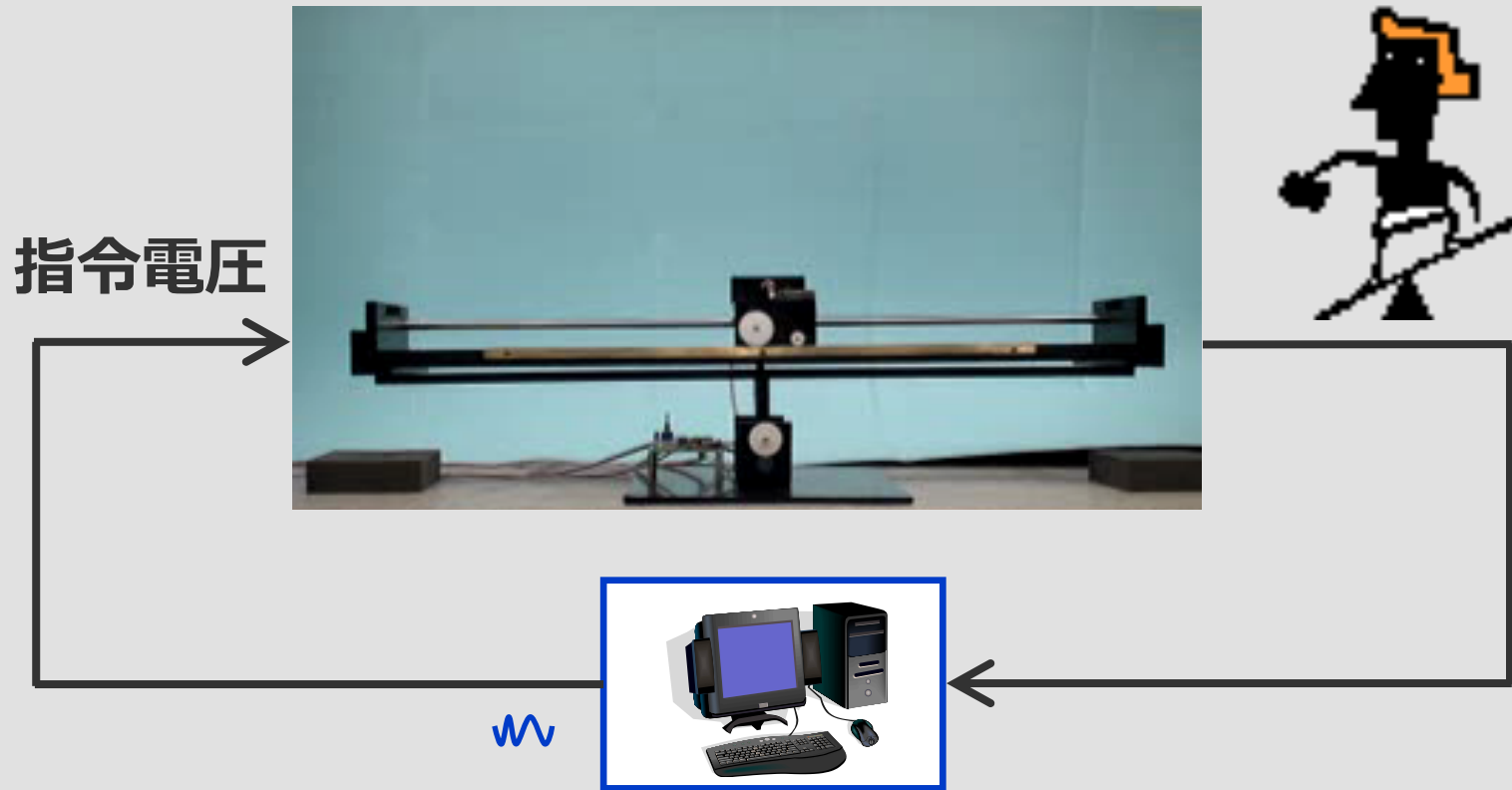
ノイズシエーピング量子化

～ 非線形性を見えなくする技術 ～



南 裕樹

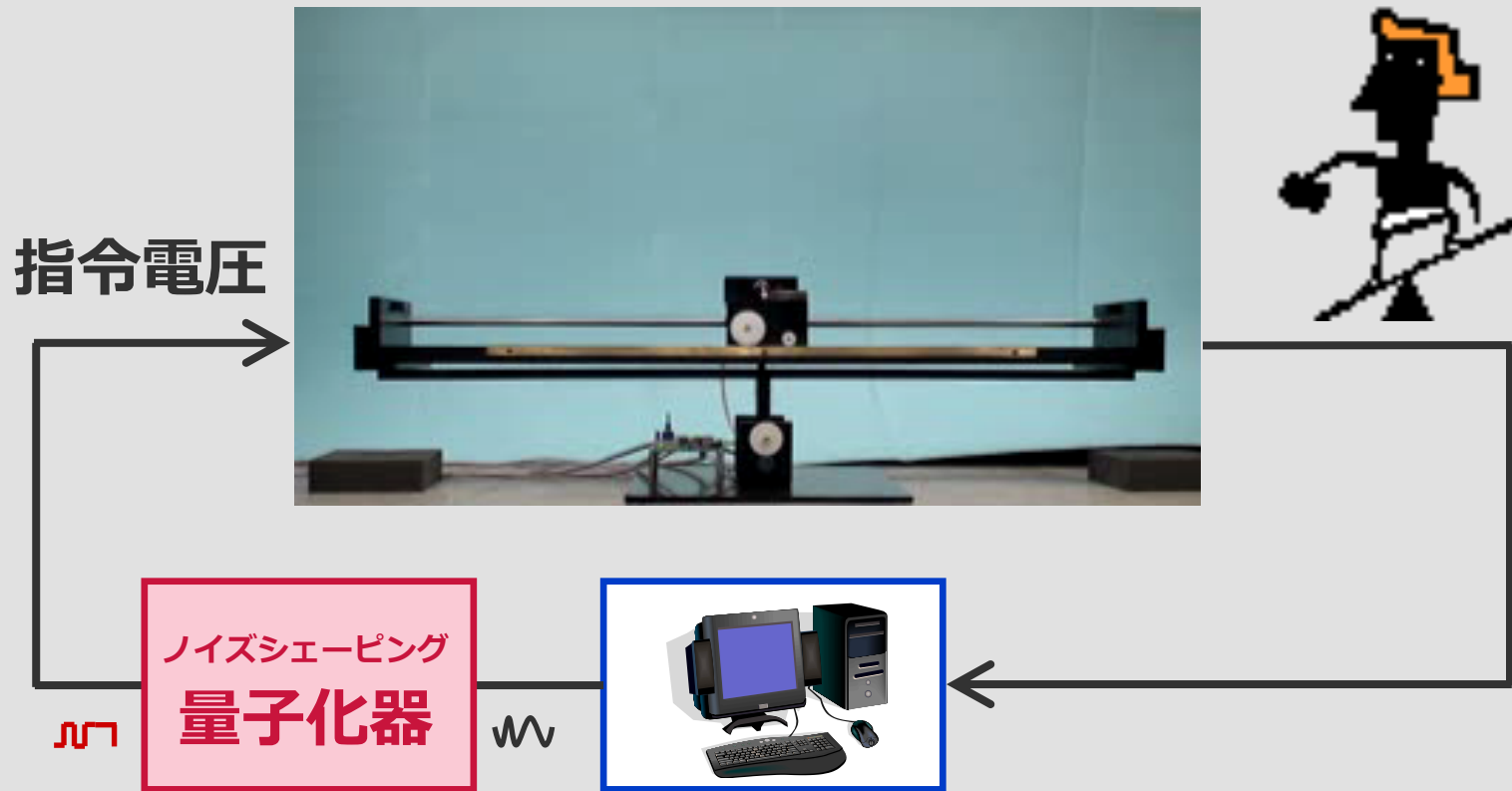
非線形性を見えなくする



グラグラする . . .
ピタッと止まってほしい . . .

アクチュエータの性能
非線形要素の影響

非線形性を見えなくする



アプローチ 量子化器で非線形性の影響を小さくする

↳ 指令電圧をあえて連続値から離散値へ

制御のためのノイズシェーピング量子化

非線形性を見えなくする技術

【第 1 部】 導入

非線形システムの制御：量子化によるアプローチ

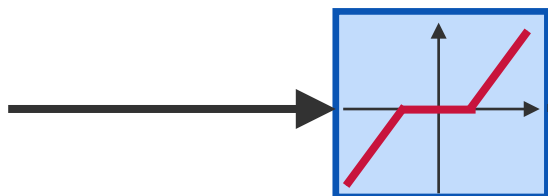
【第 2 部】 ノイズシェーピング量子化の基礎

動的量子化器の最適設計問題と解析解

【第 3 部】 ノイズシェーピング技術の発展

時空間光制御システム，自動走行システムへの応用

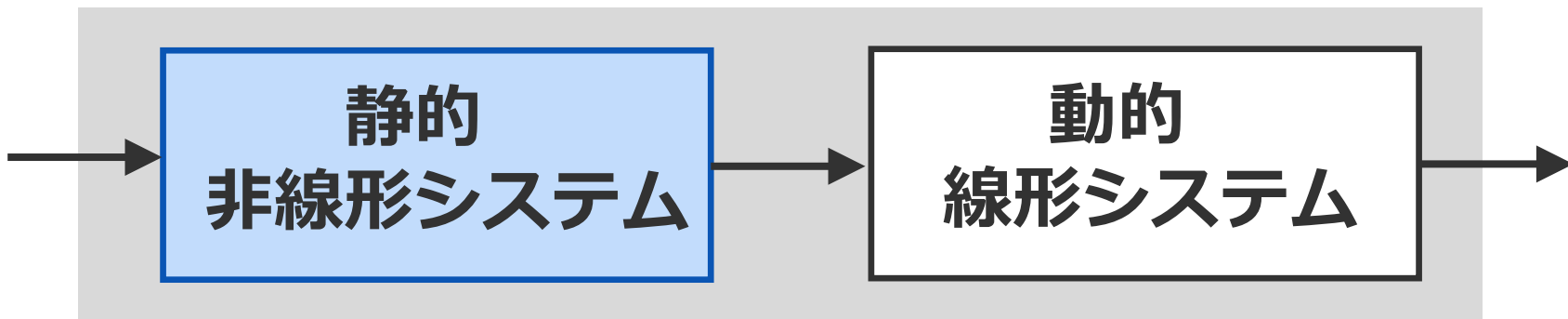
本講演の対象



- 不感帯
- 非線形摩擦
- バックラッシュ

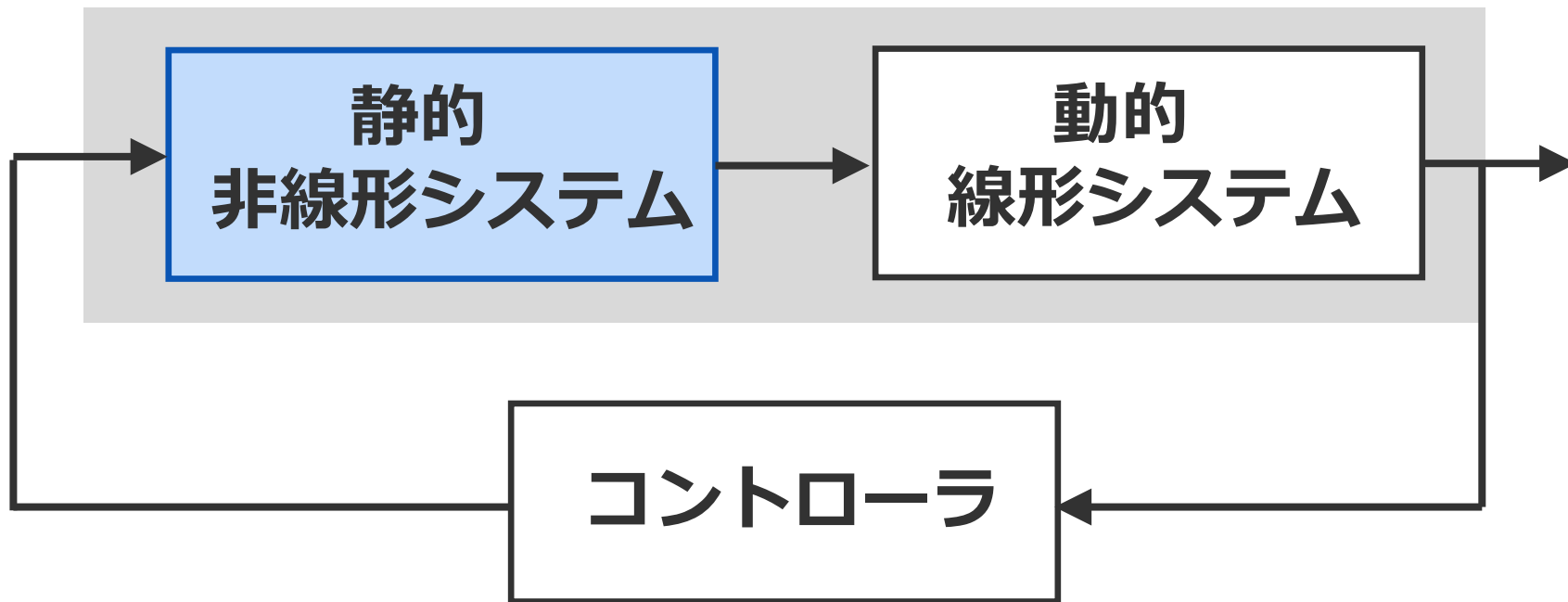


- ✓ 油圧システム
- ✓ 空気圧システム etc.



Hammerstein Model

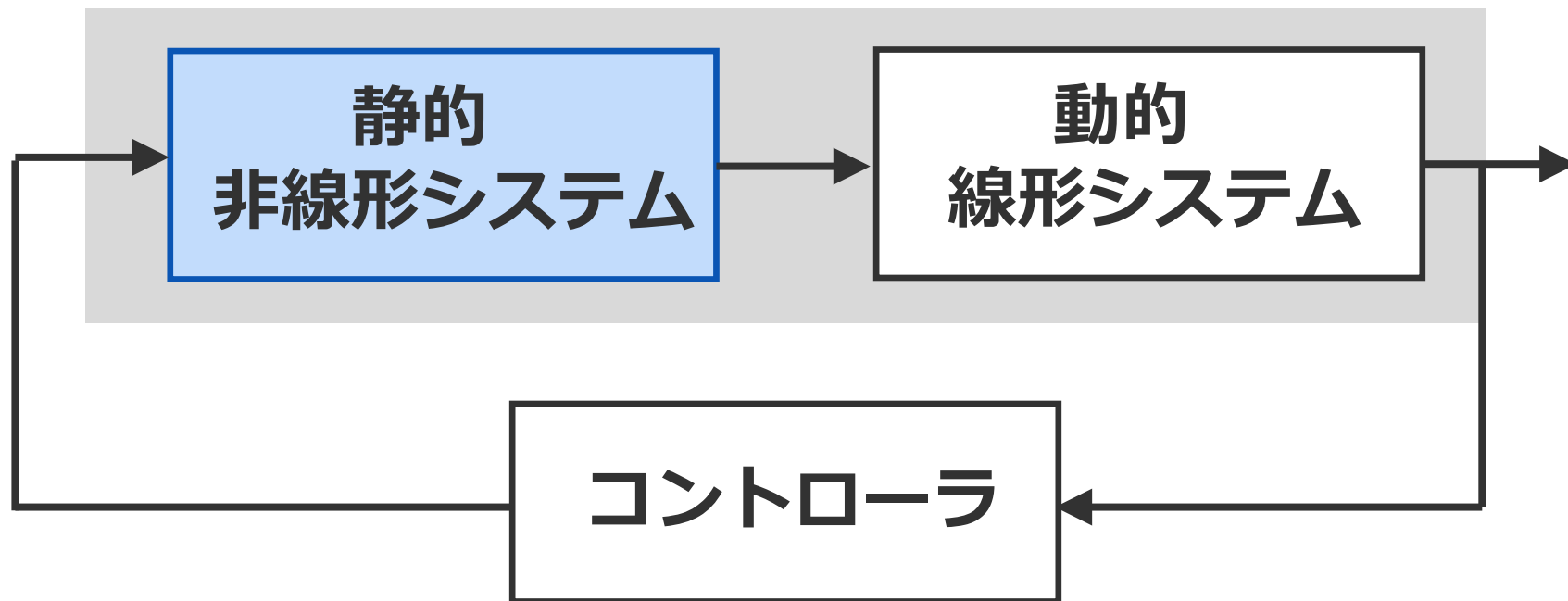
フィードバック制御系の構築



難しさ

- 線形制御理論を使うためには、非線形性が邪魔
- そもそも、詳細モデルの構築（同定）も難しい

フィードバック制御系の構築



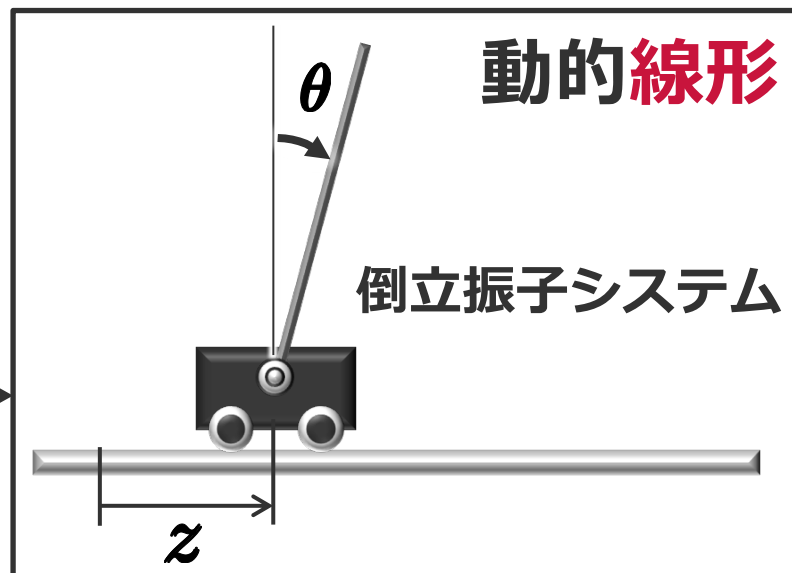
ひとまず非線形性を無視して

- 線形制御理論でコントローラを設計
- 非線形補償を追加して、非線形性を消す

→ ただし、非線形要素の特徴を詳細に把握する必要がある．．．

倒立振子の安定化制御

原点近傍で線形化
非線形要素は無視



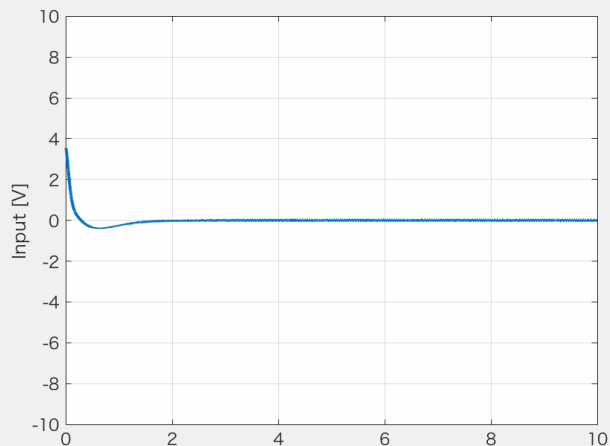
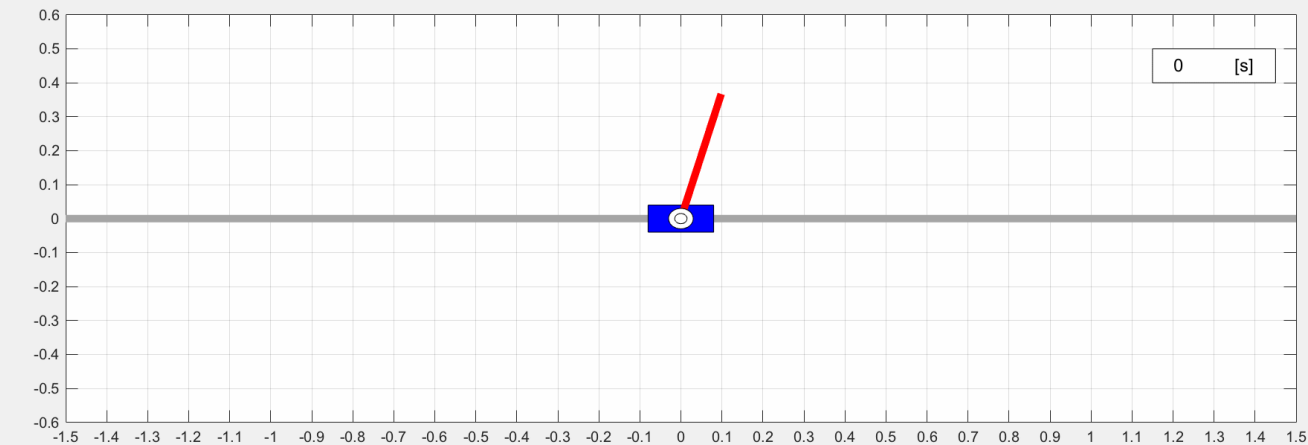
指令電圧



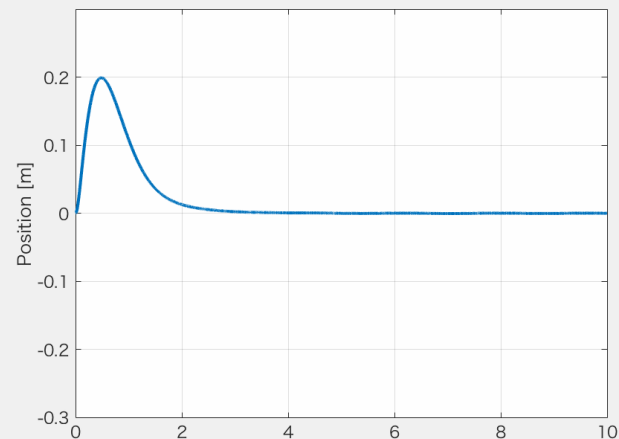
位置, 角度

最適レギュレータなど

倒立振子の安定化制御

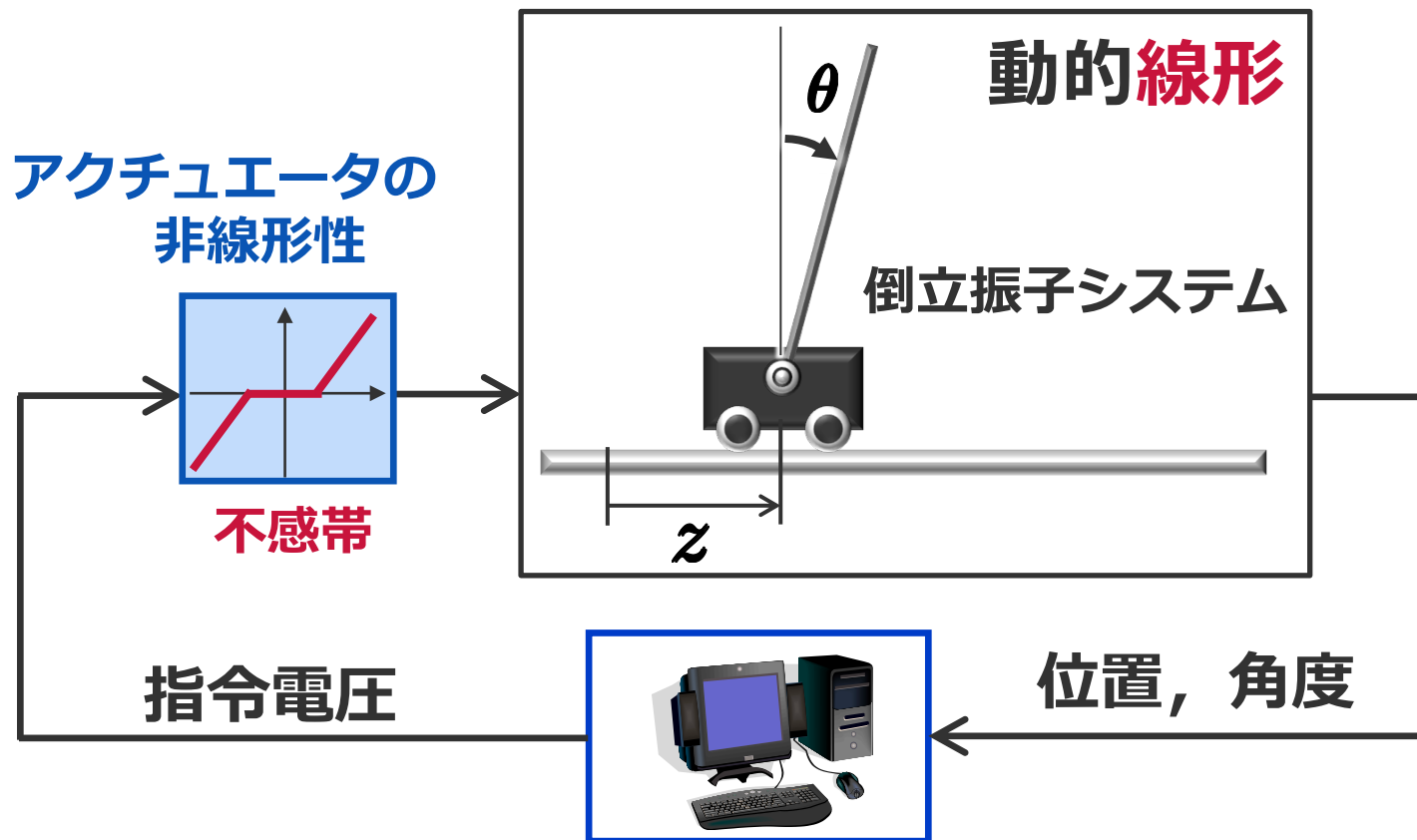


指令電圧

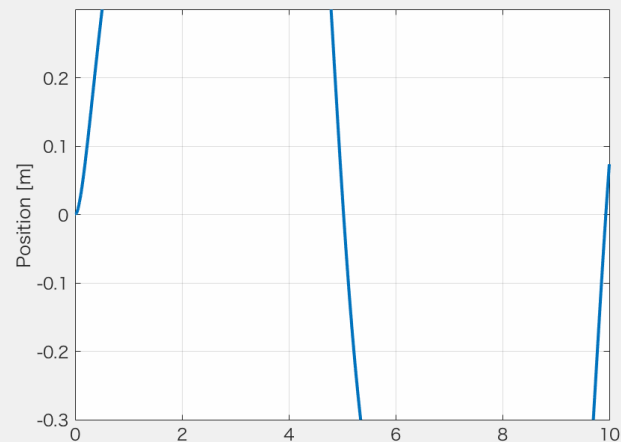
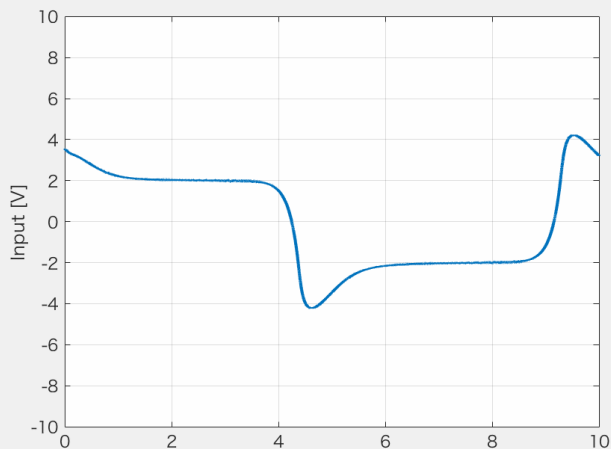
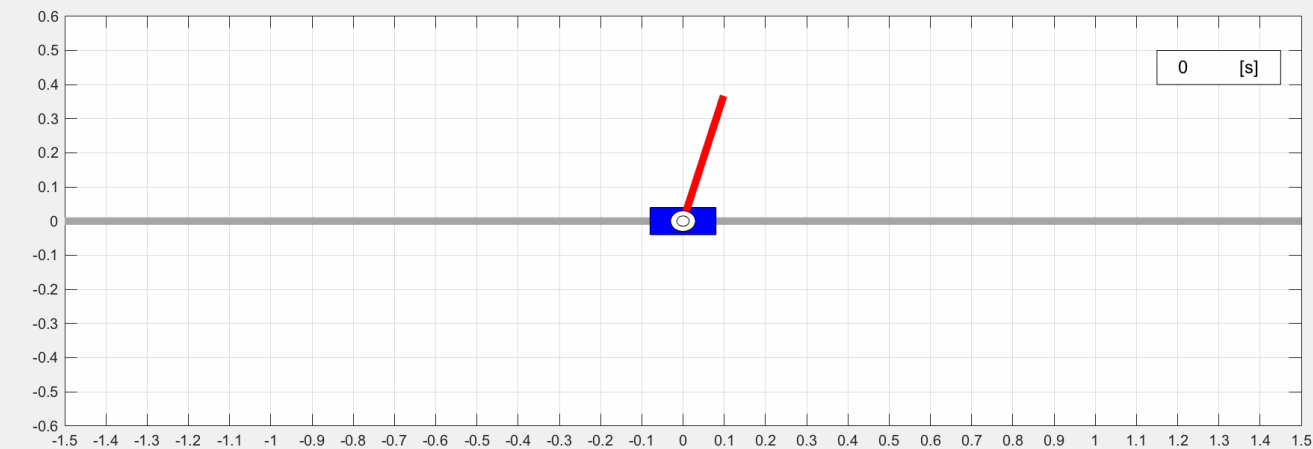


台車位置

倒立振子の安定化制御

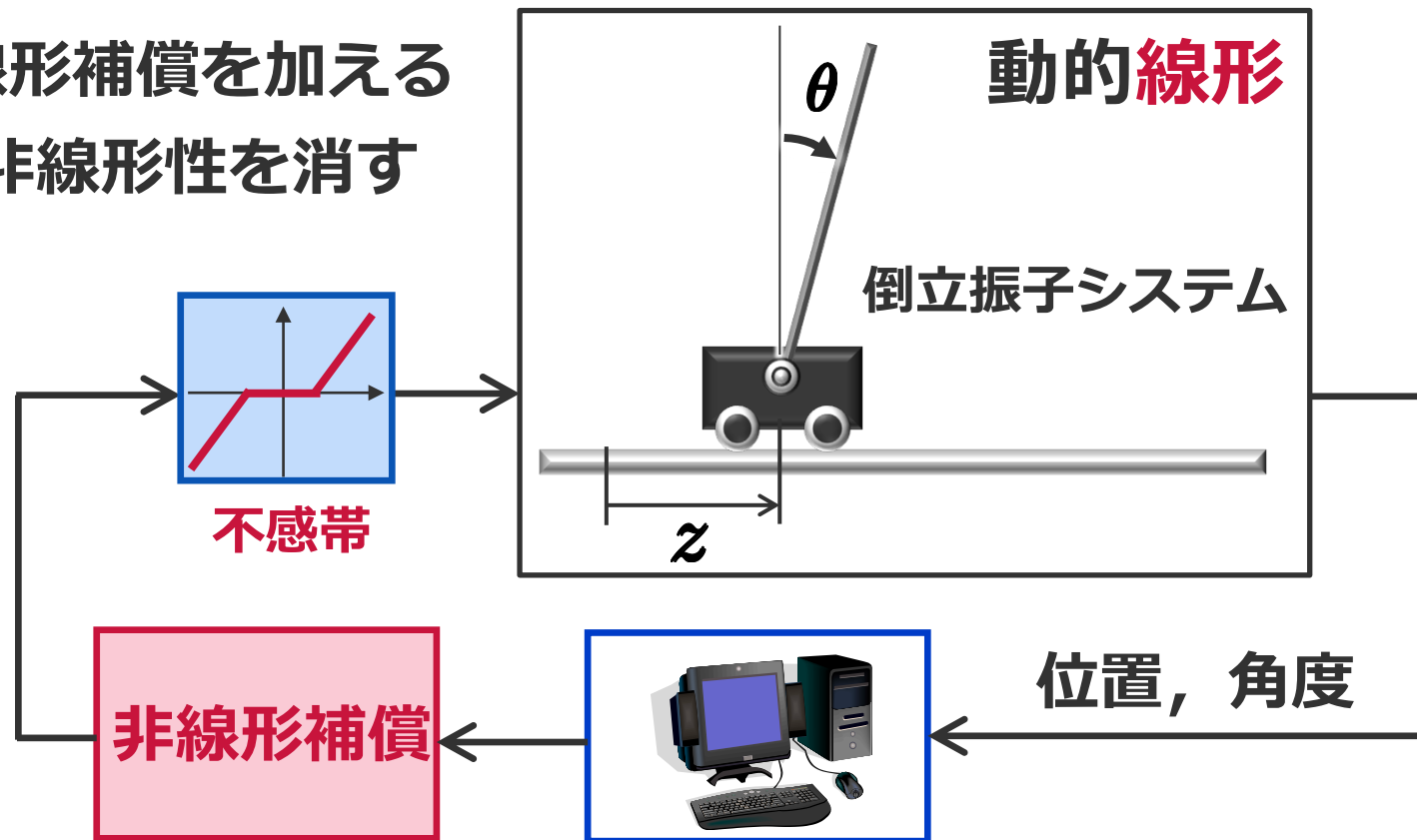


倒立振子の安定化制御



不感帯の影響で性能が劣化

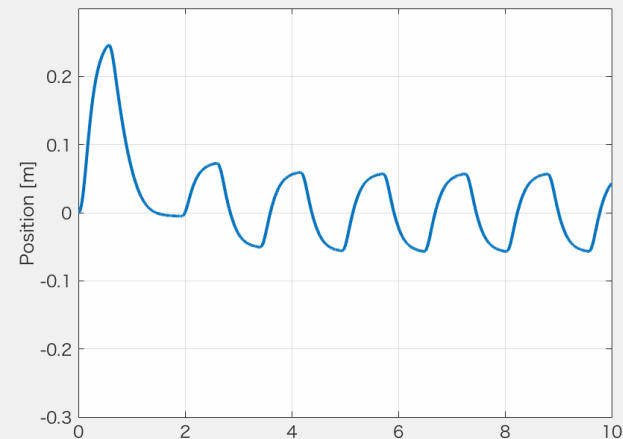
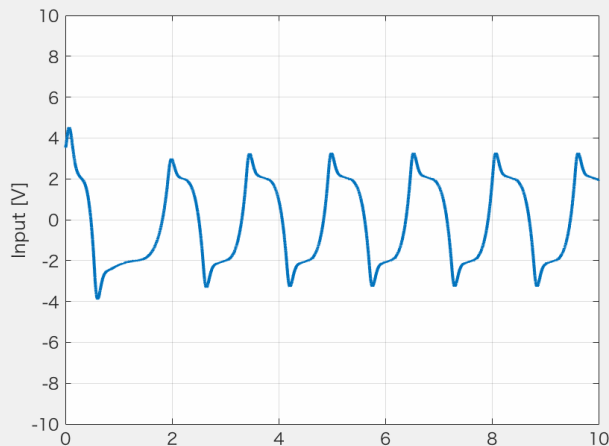
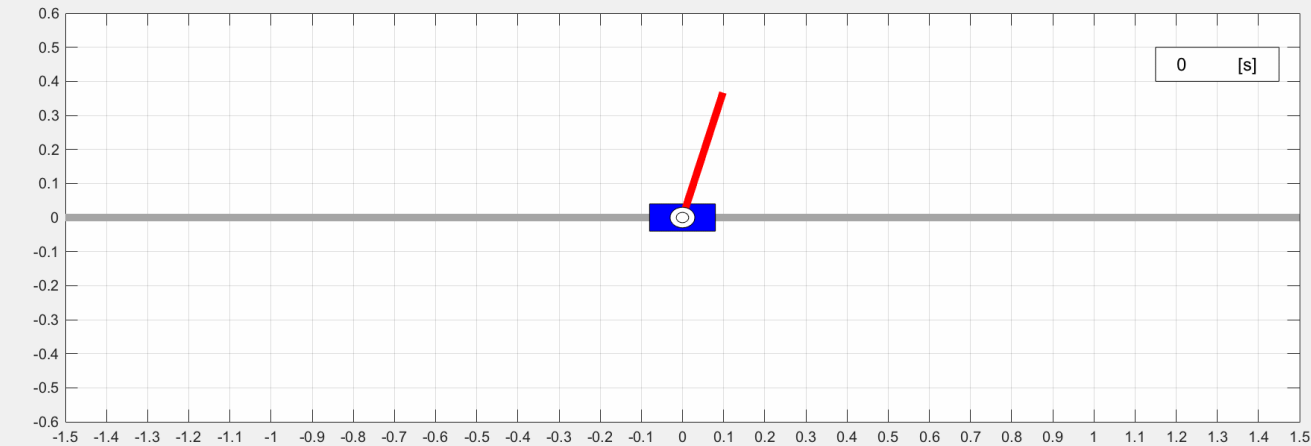
非線形補償を加える
→ 非線形性を消す



ex) 外乱オブザーバ

不感帯による影響を外乱とみなし,
外乱オブザーバで推定し, 補償入力を加える

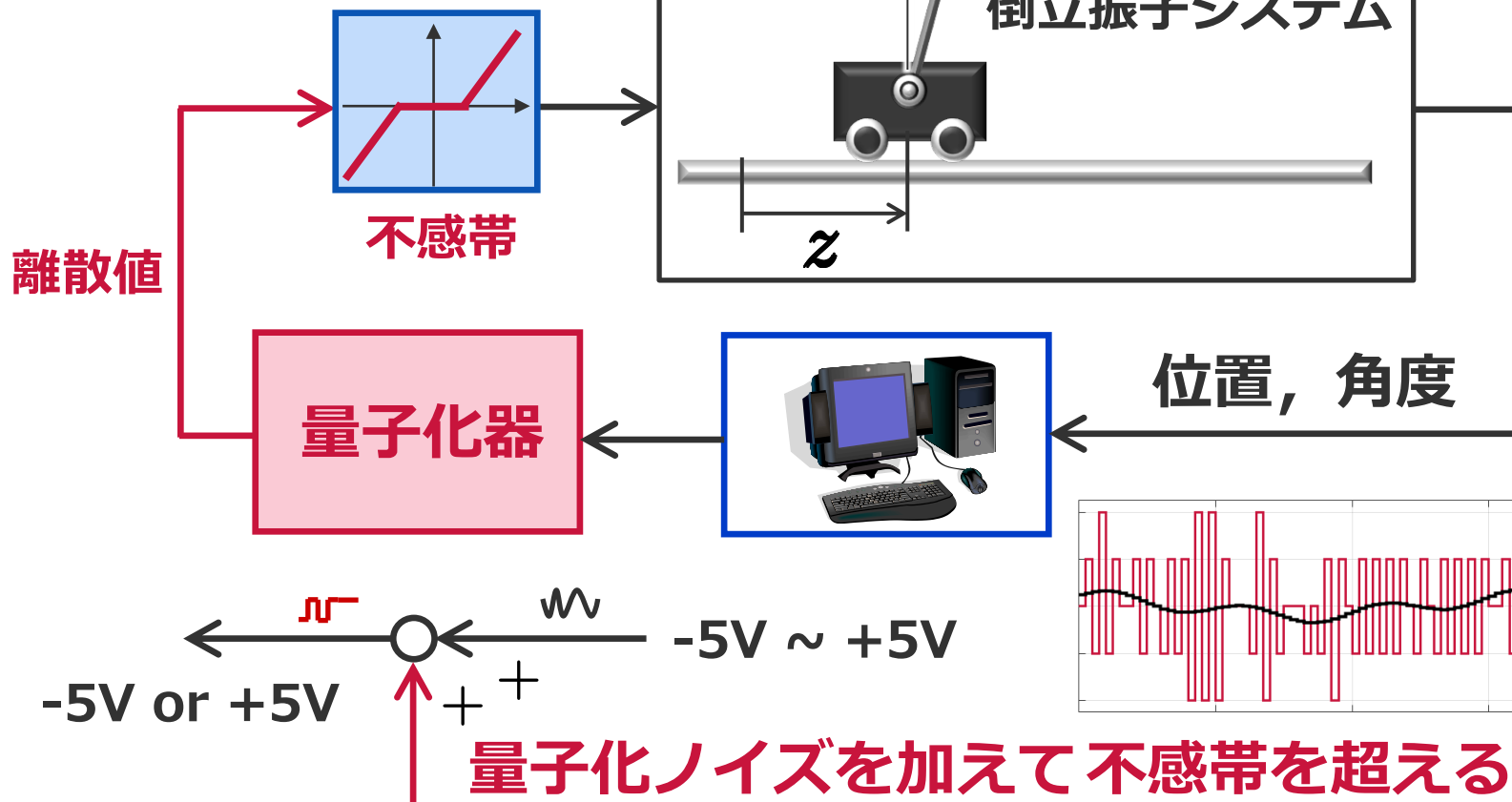
倒立振子の安定化制御



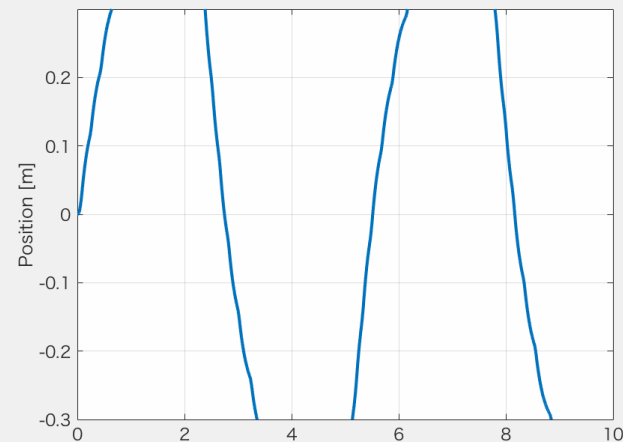
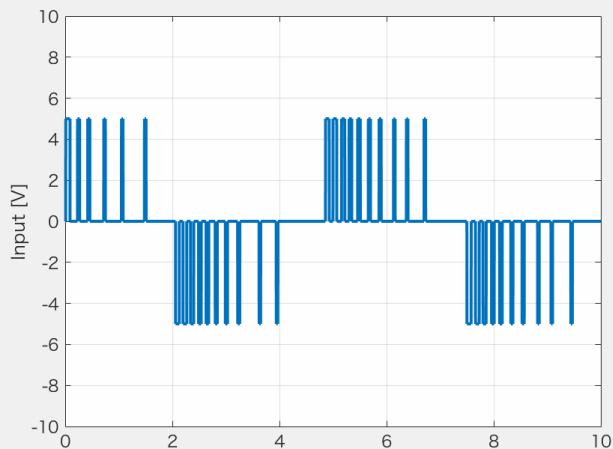
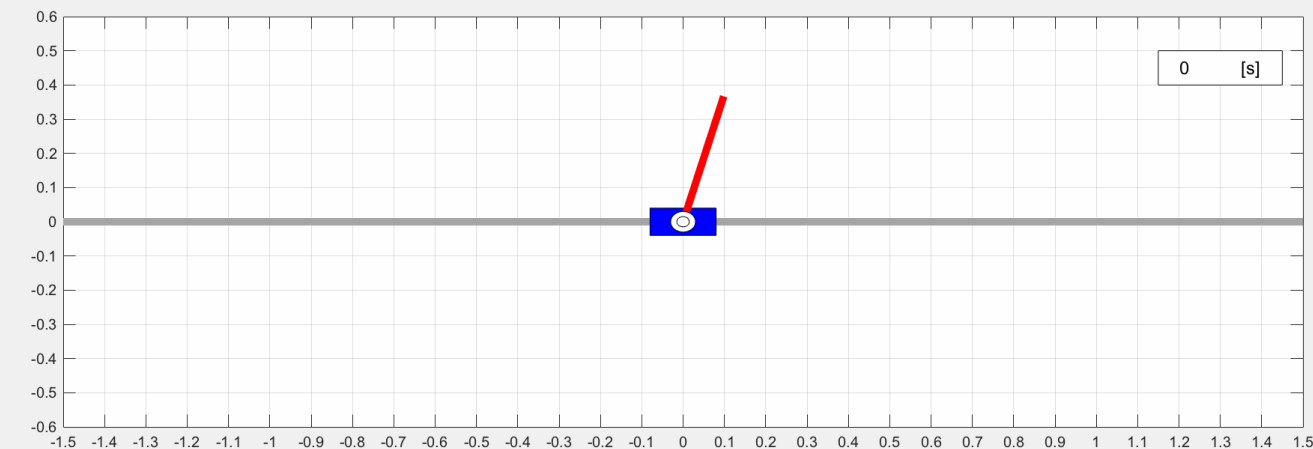
多少ましになった. . . フィルタの設計次第？

倒立振子の安定化制御

不感帯の影響は、
電圧が小さいときに
大きくなる



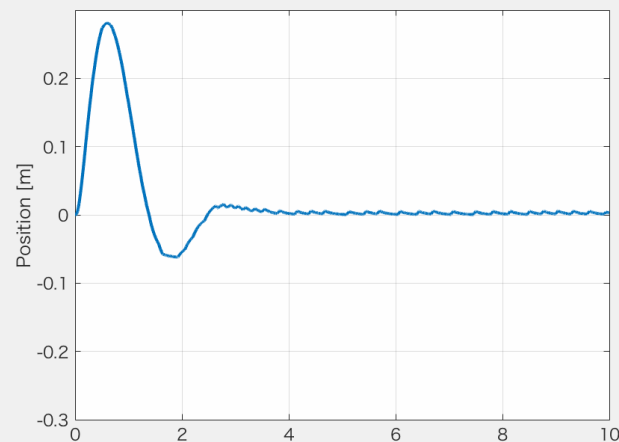
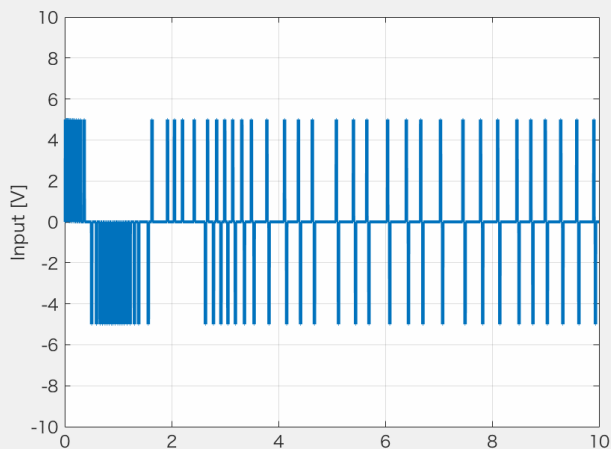
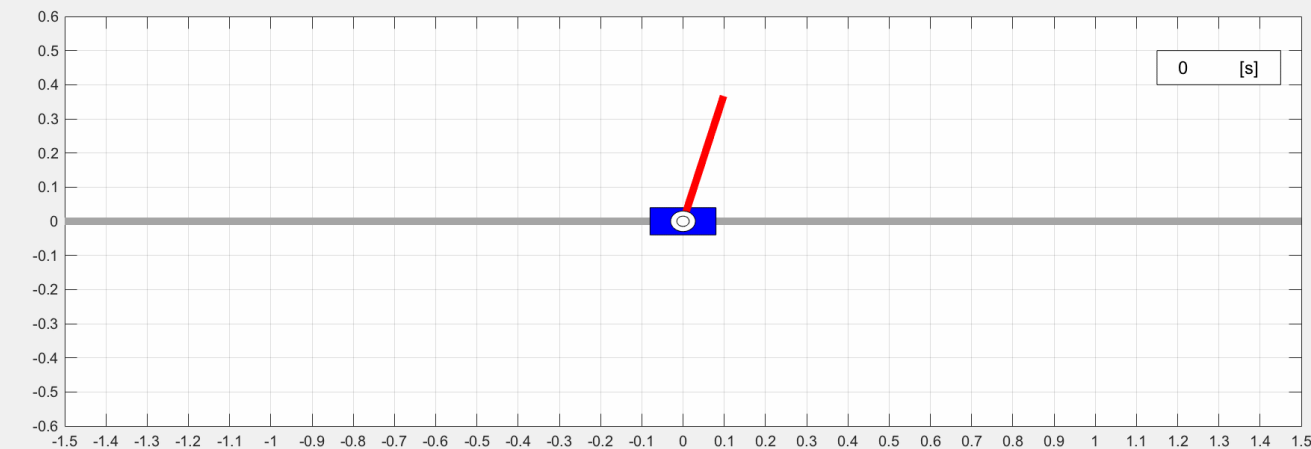
倒立振子の安定化制御



単純な量子化（四捨五入）

これではダメ．．．

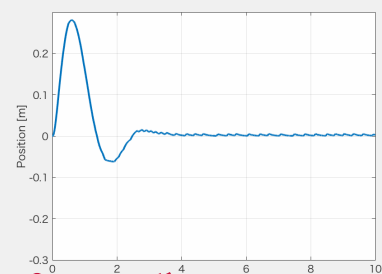
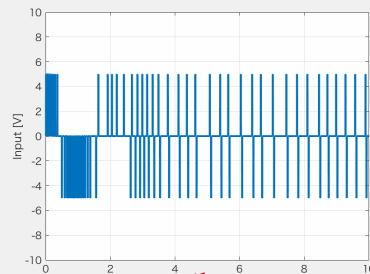
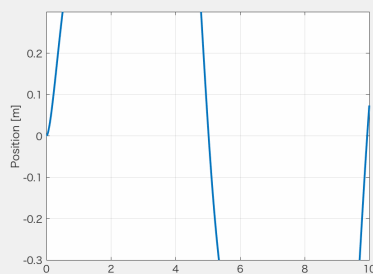
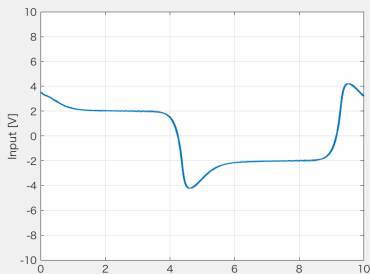
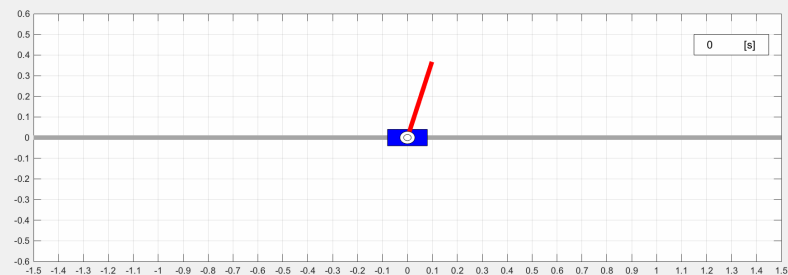
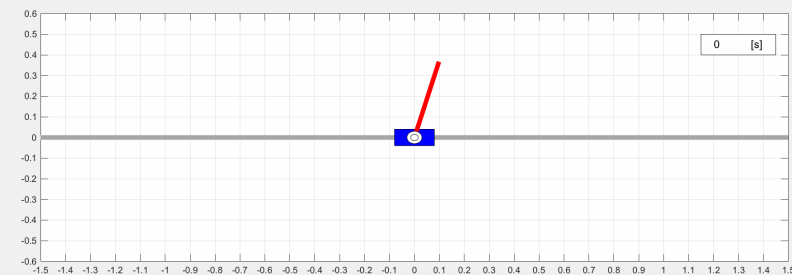
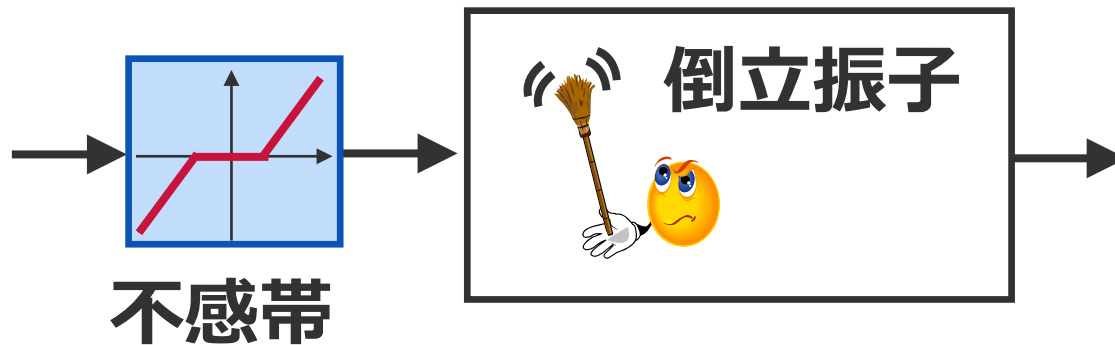
倒立振子の安定化制御



ノイズシェーピング量子化

なんかいい感じ！

倒立振子の安定化制御

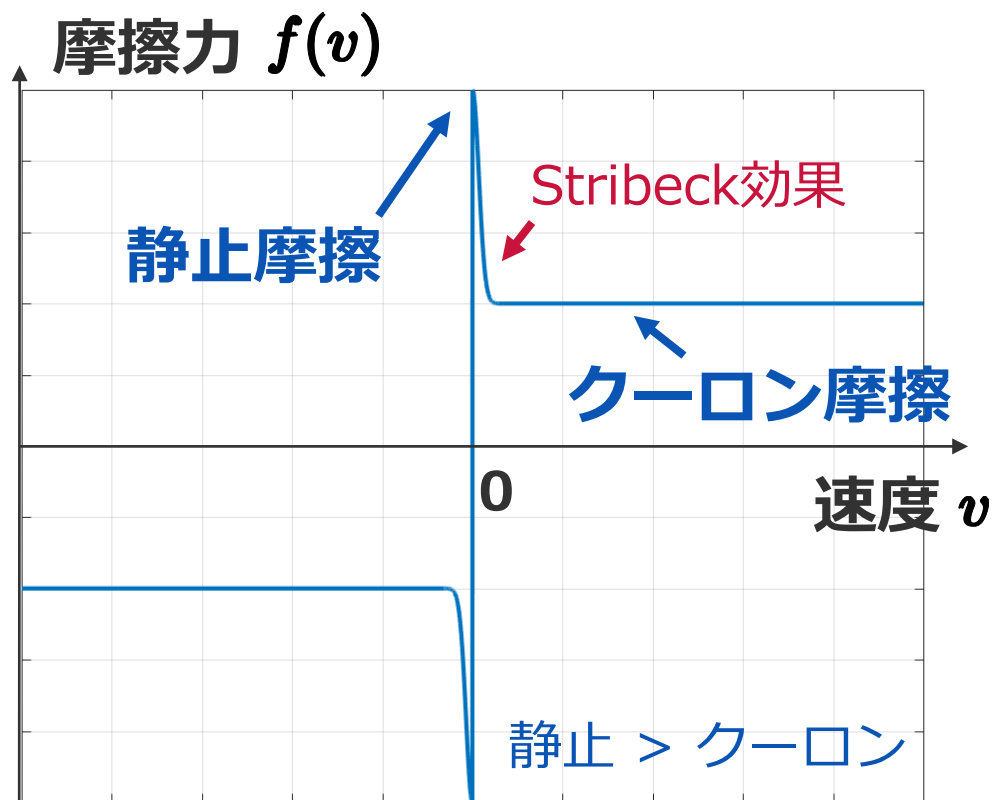


非線形摩擦補償なし

ノイズシェーピング量子化

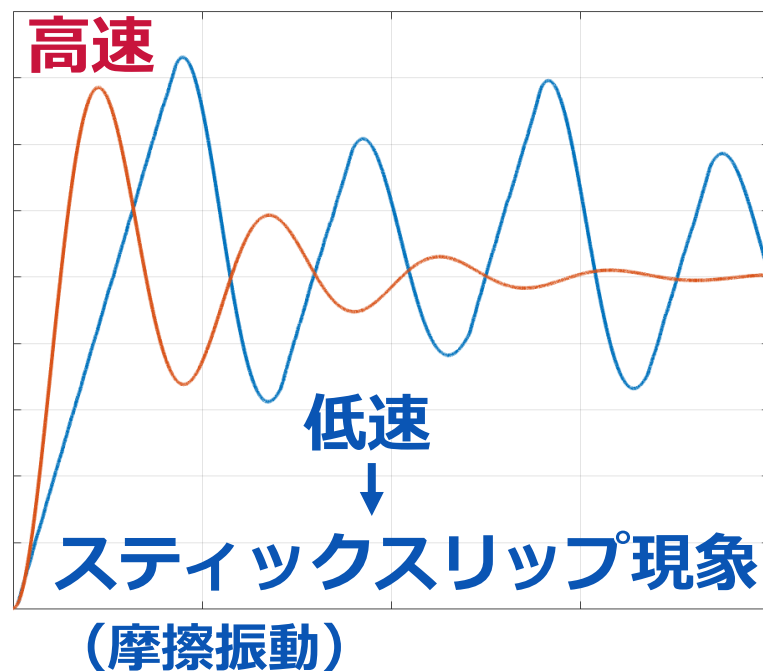
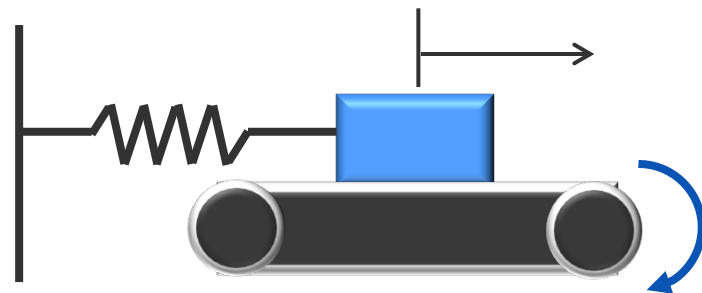
非線形摩擦

$$f(v) = \left(F_c + (F_s - F_c)e^{-(v/v_s)^2} \right) \text{sgn}(v)$$

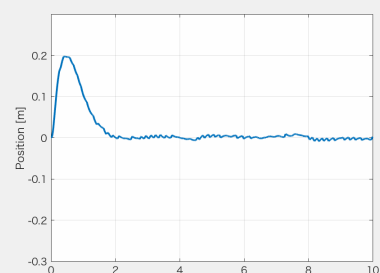
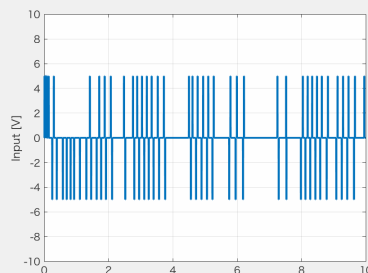
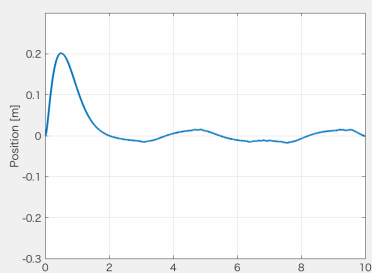
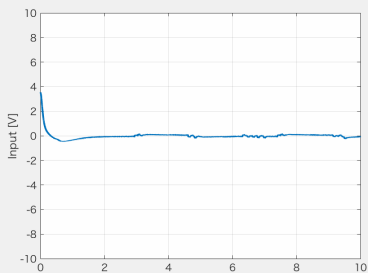
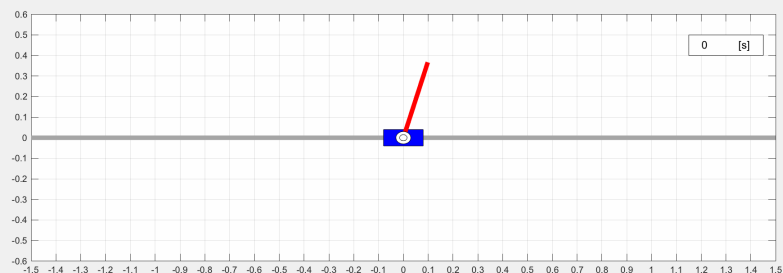
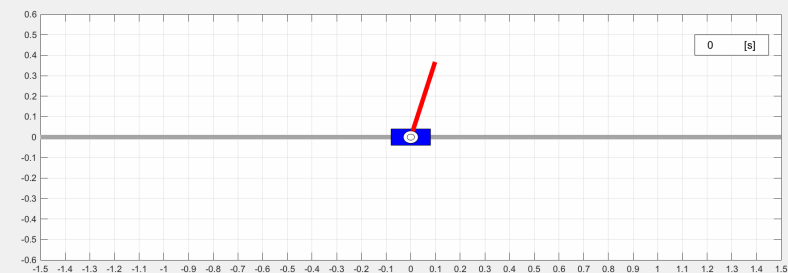
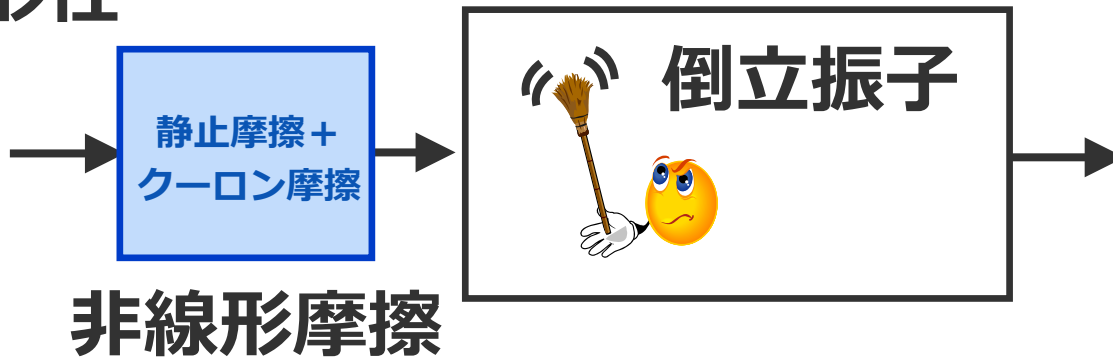


静止 : $f(v) = F_s$

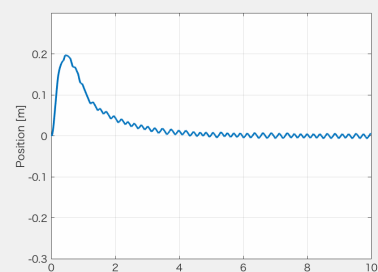
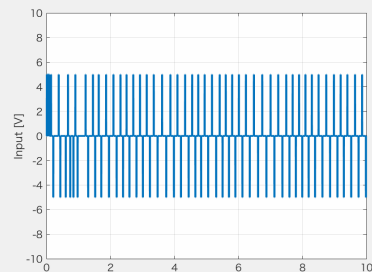
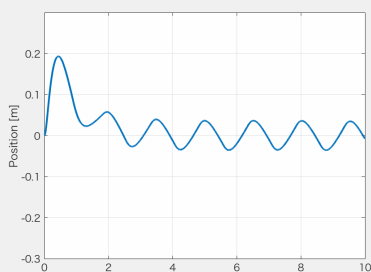
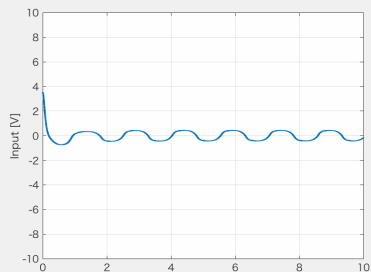
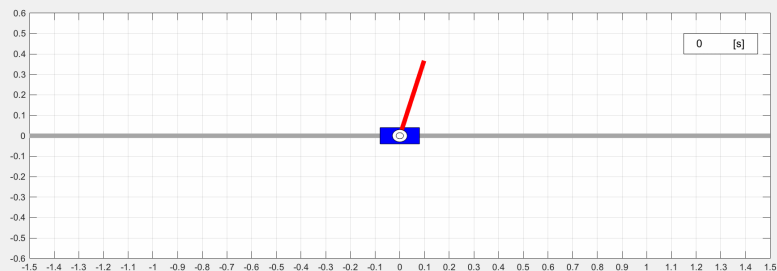
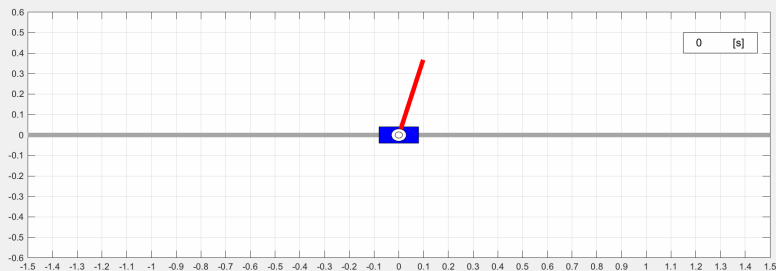
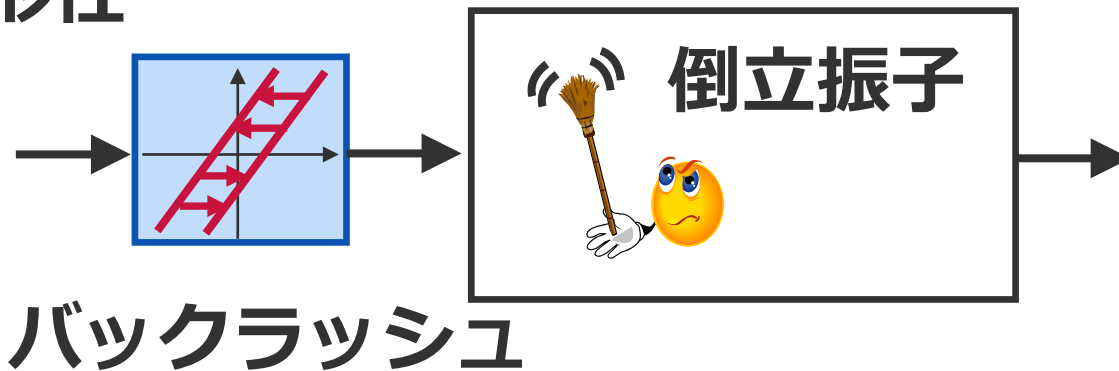
運動 : $f(v) = F_c \text{sgn}(v)$



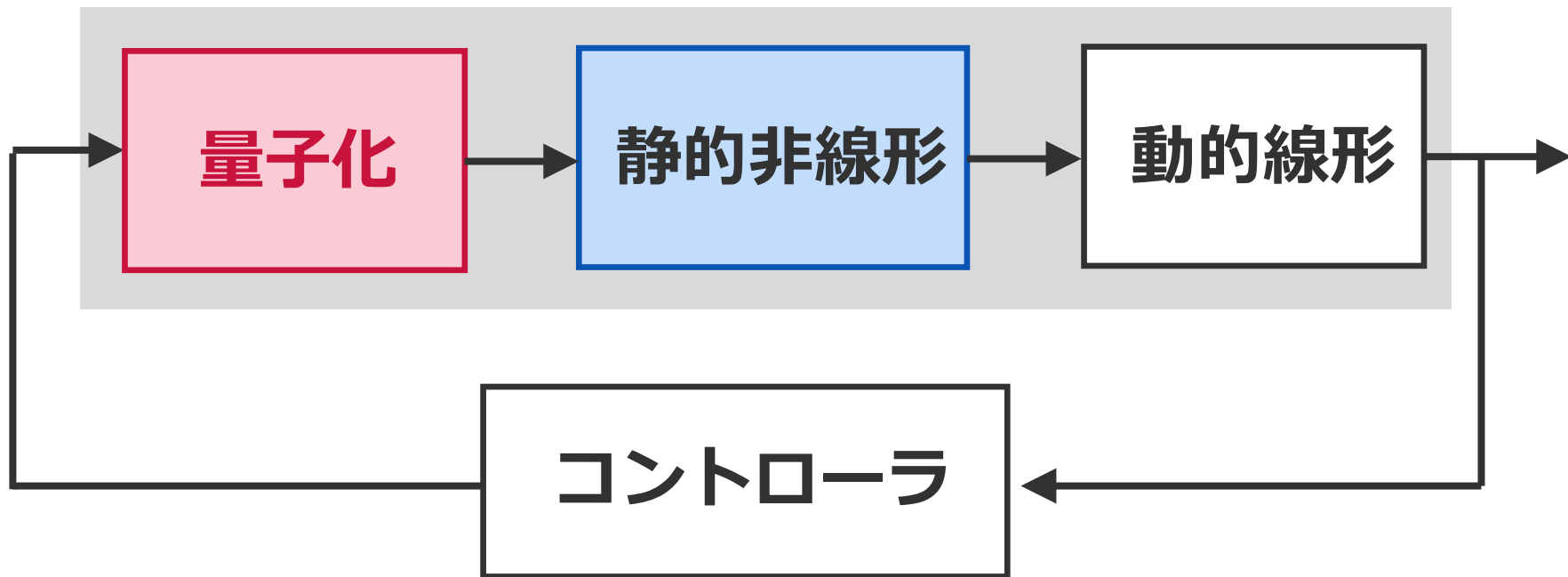
他の非線形性



他の非線形性



フィードバック制御系の構築



- 量子化器を挿入して，離散値入力にする
- 非線形性が出力に与える影響を小さくできる

非線形性を見えなくする → 線形システム

制御のためのノイズシェーピング量子化

非線形性を見えなくする技術

【第1部】 **✕** 非線形性を消す

非線形性 **○** 非線形性の影響が出ないようにする

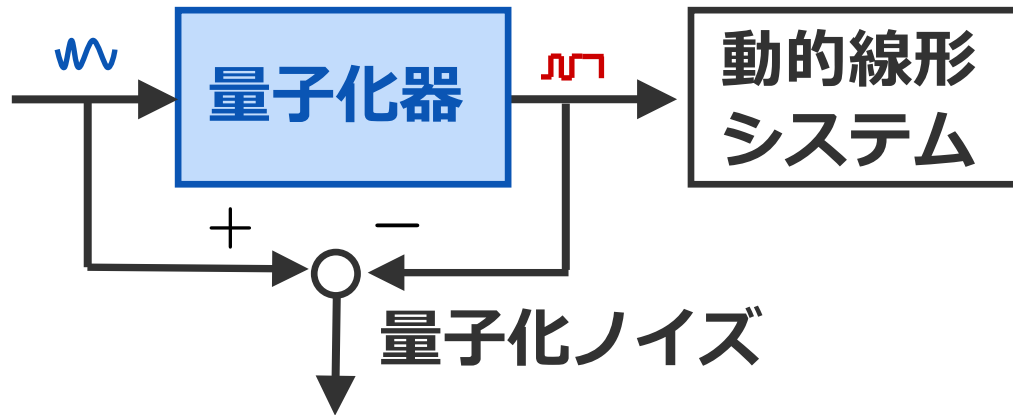
【第2部】 ノイズシェーピング量子化の基礎

動的量子化器の最適設計問題と解析解

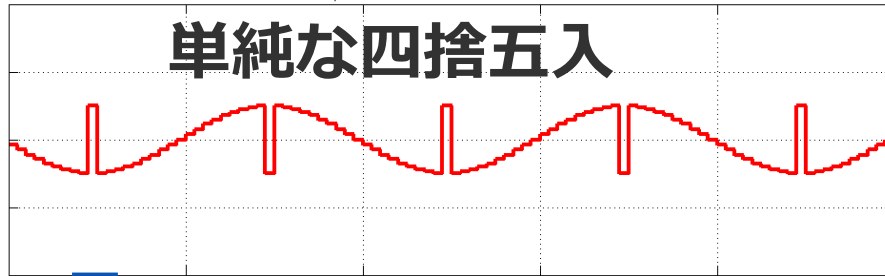
【第3部】 ノイズシェーピング技術の発展

時空間光制御システム, 自動走行システムへの応用

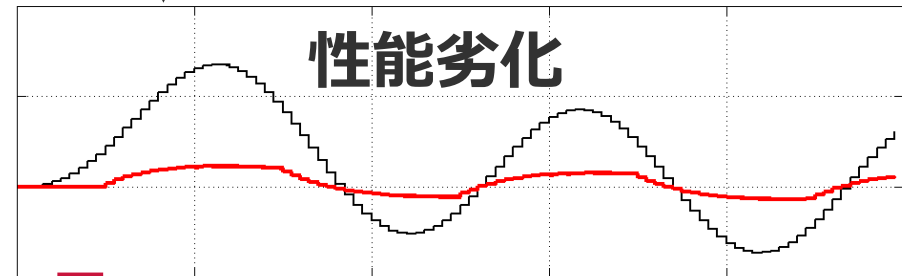
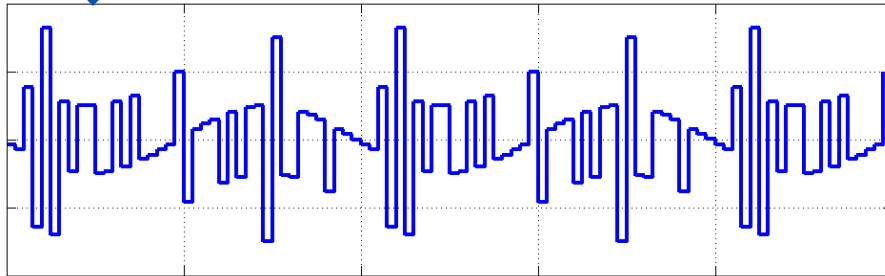
ノイズシェーピング量子化



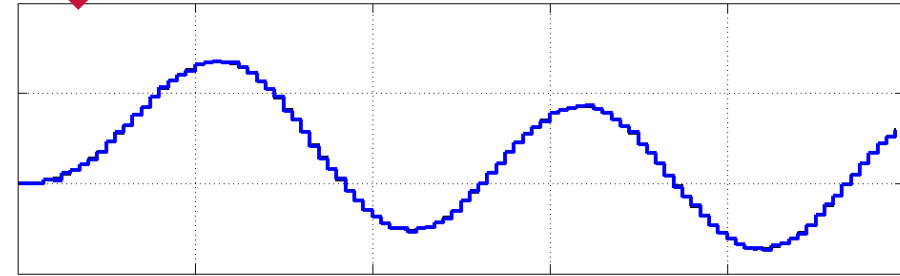
良い量子化ノイズは？
制御性能に影響を
与えたくない・・・



↓ ノイズシェーピング

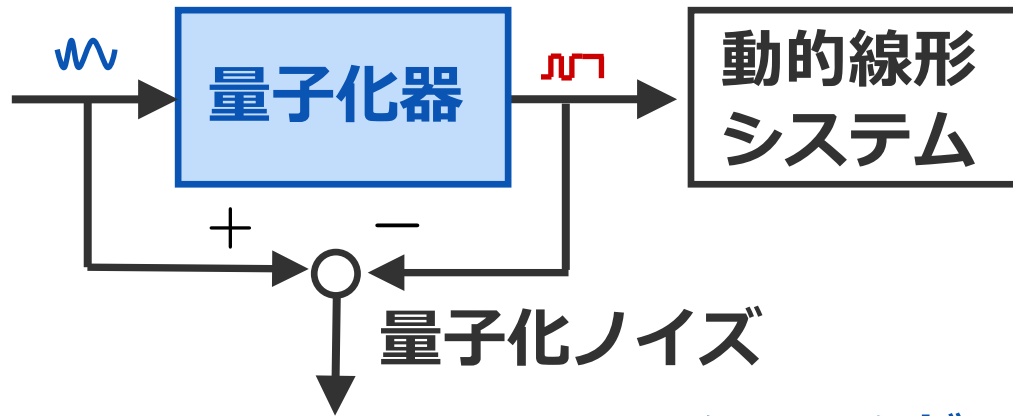


↓ ノイズの影響を最小化



制御のためのノイズシェーピング量子化！

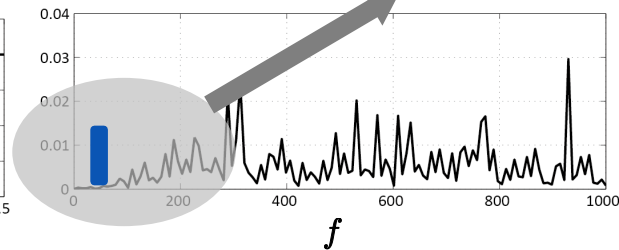
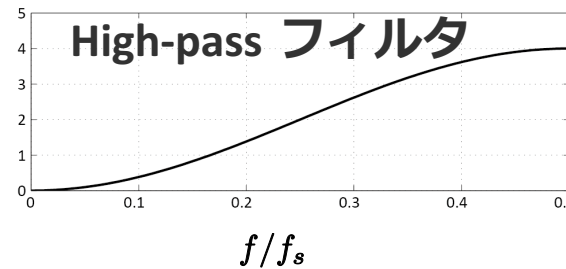
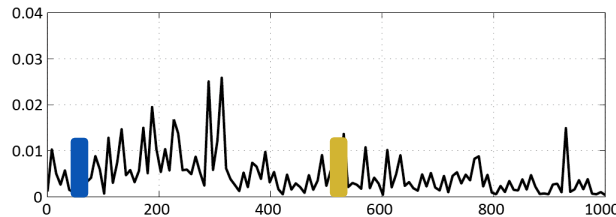
ノイズシェーピング量子化



良い量子化ノイズは？
制御性能に影響を
与えたくない・・・

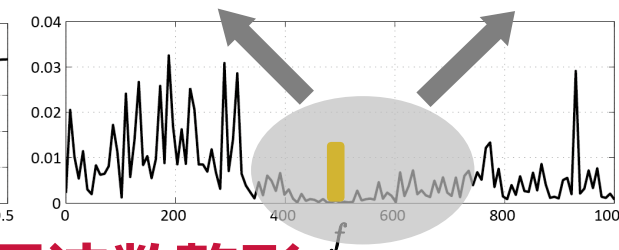
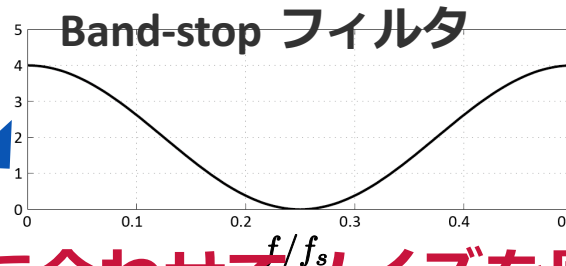
システムが Low-pass 特性を持っている場合

量子化ノイズの
周波数成分



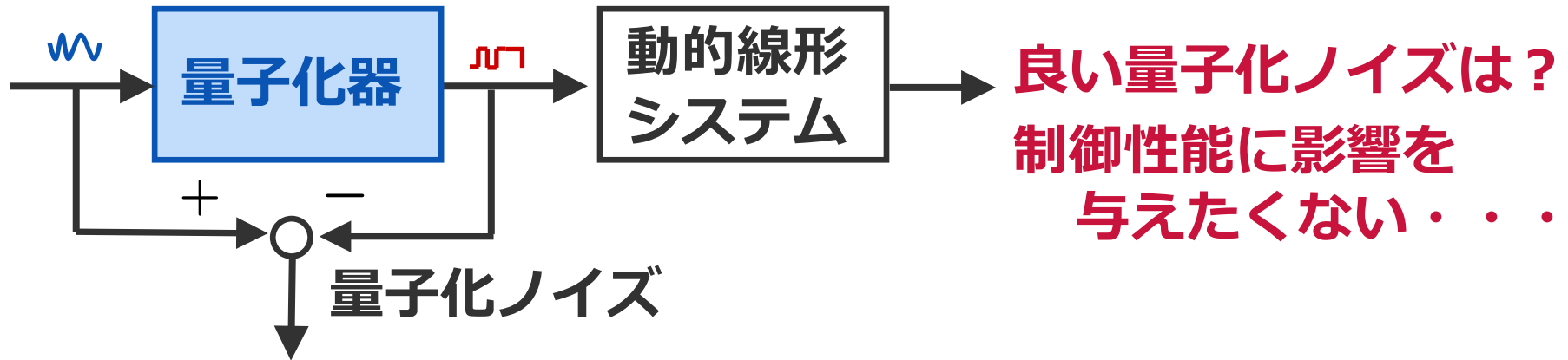
システムが Band-pass 特性を持っている場合

大事な情報がノイズ
に埋もれてしまう

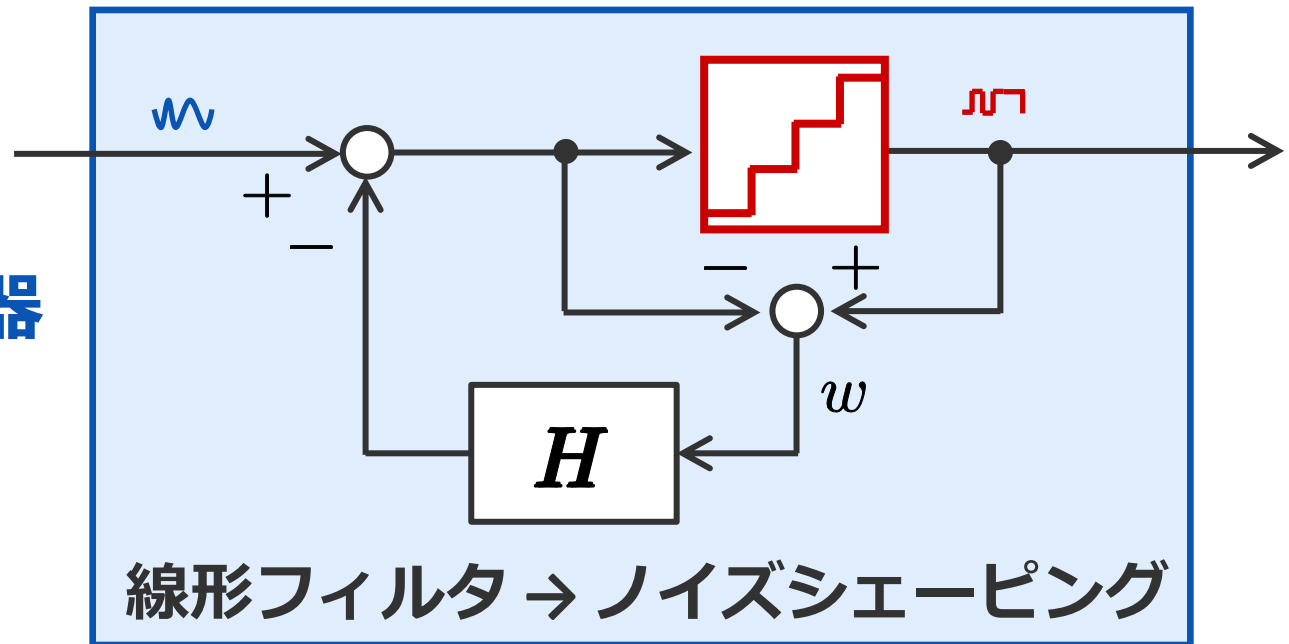


システムに合わせてノイズを周波数整形

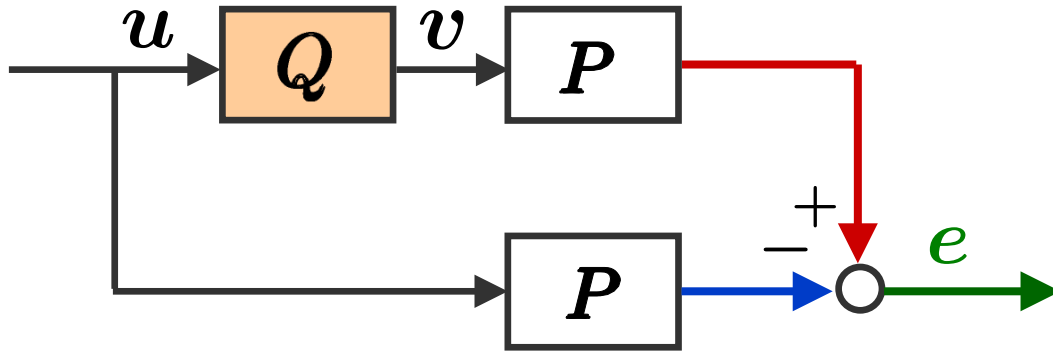
ノイズシェーピング量子化



動的量子化器



システムに合わせてノイズを周波数整形



離散時間線形システム

$$P : \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bv(k) \\ z(k) = Cx(k) \end{cases}$$

動的量子化器

$$Q : \begin{cases} \xi(k+1) = \mathcal{A}\xi(k) + \mathcal{B}(v(k) - u(k)) \\ v(k) = \mathbf{q}[\mathcal{C}\xi(k) + u(k)] \end{cases}$$

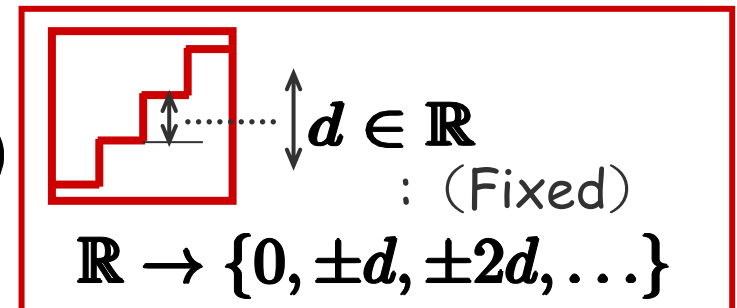
量子化誤差

$$\|q[\mu] - \mu\|_{\infty} \leq \frac{d}{2}$$

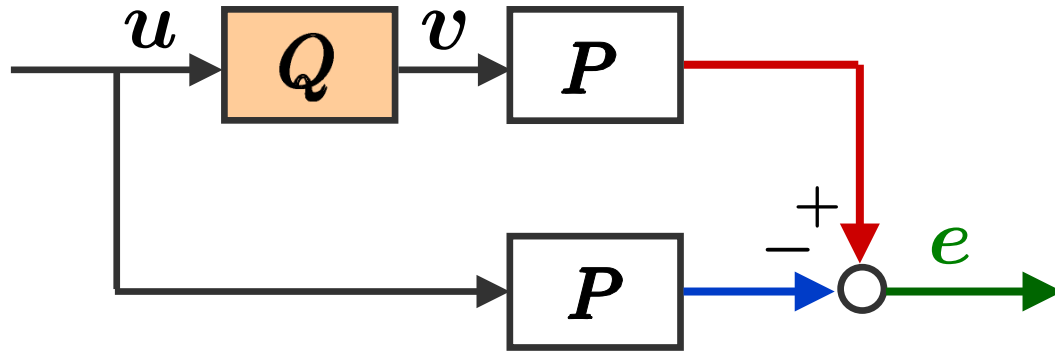
ex) $d = 1$

$$q[0.5] - 0.5 = 0.5$$

一樣量子化 (四捨五入)

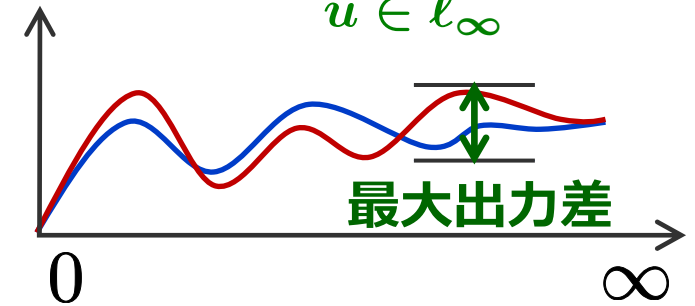


評価関数



$$Q: \begin{cases} \xi(k+1) = \mathcal{A}\xi(k) + \mathcal{B}(v(k) - u(k)) \\ v(k) = \mathbf{q}[\mathcal{C}\xi(k) + u(k)] \end{cases}$$

$$E(Q) := \sup_{u \in \ell_\infty} \|e\|_\infty$$



最大出力差が小さい
→ ノイズなし ÷ ノイズあり

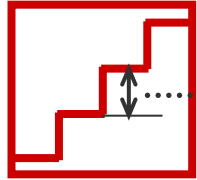
設計問題

制御対象 P と量子化幅 $d \in \mathbb{R}$ が与えられたとき
 $E(Q)$ を最小にする 量子化器 $Q(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C})$ を求めよ

解析 $E(Q) := \sup_{u \in \ell_\infty} \|e\|_\infty$ を求めよ

$$Q : \begin{cases} \xi(k+1) = \mathcal{A}\xi(k) + \mathcal{B}(v(k) - u(k)) \\ v(k) = \mathbf{q}[\mathcal{C}\xi(k) + u(k)] \end{cases}$$

量子化誤差 $w := \mathbf{q}[\mathcal{C}\xi + u] - (\mathcal{C}\xi + u)$

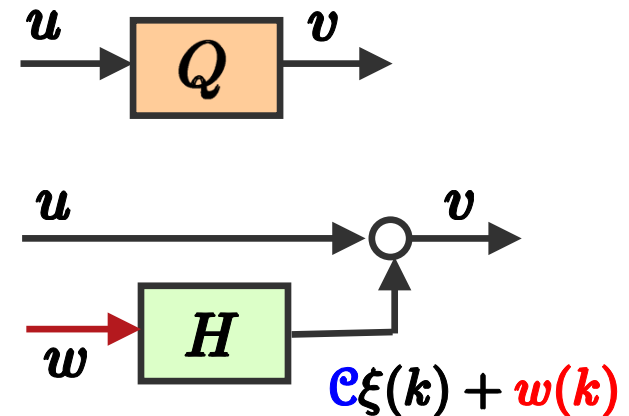
$$\|w\|_\infty \leq \frac{d}{2}$$


↓

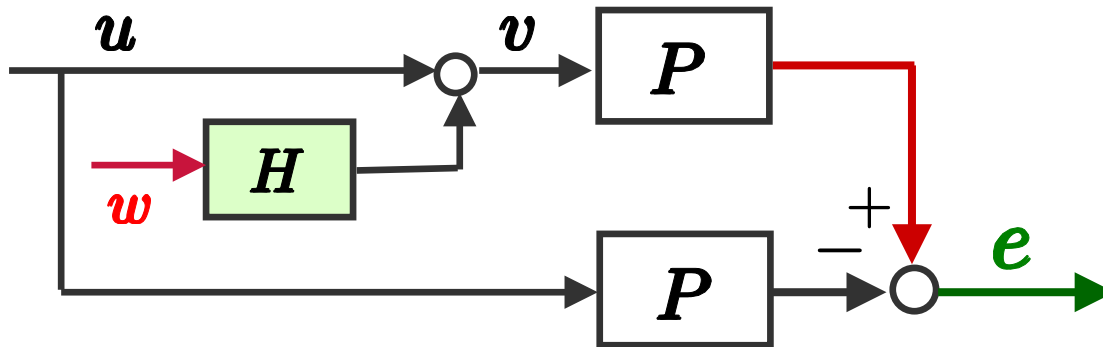
$$Q : \begin{cases} \xi(k+1) = \mathcal{A}\xi(k) + \mathcal{B}(v(k) - u(k)) \\ v(k) = \mathcal{C}\xi(k) + u(k) + w(k) \end{cases}$$

線形システム + 量子化誤差 $\|w\|_\infty \leq \frac{d}{2}$

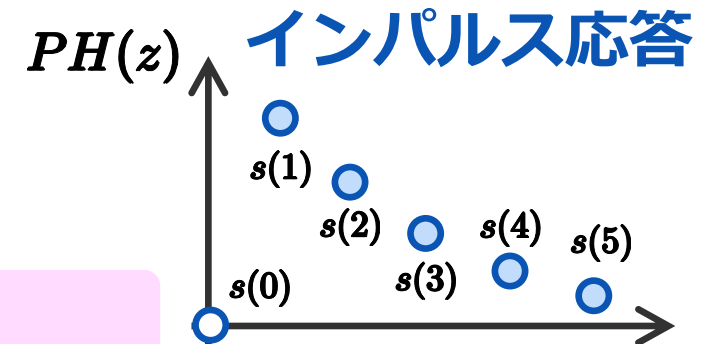
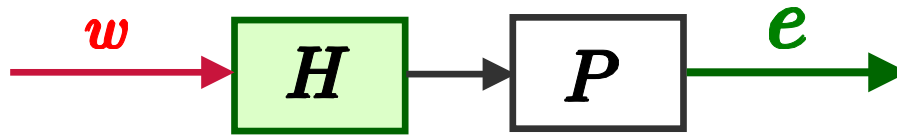
$$Q : \begin{cases} \xi(k+1) = (\mathcal{A} + \mathcal{B}\mathcal{C})\xi(k) + \mathcal{B}w(k) \\ v(k) = \mathcal{C}\xi(k) + w(k) + u(k) \end{cases}$$



解析 $E(Q) := \sup_{u \in \ell_\infty} \|e\|_\infty$ を求めよ



- 線形システム
- Pu がキャンセル



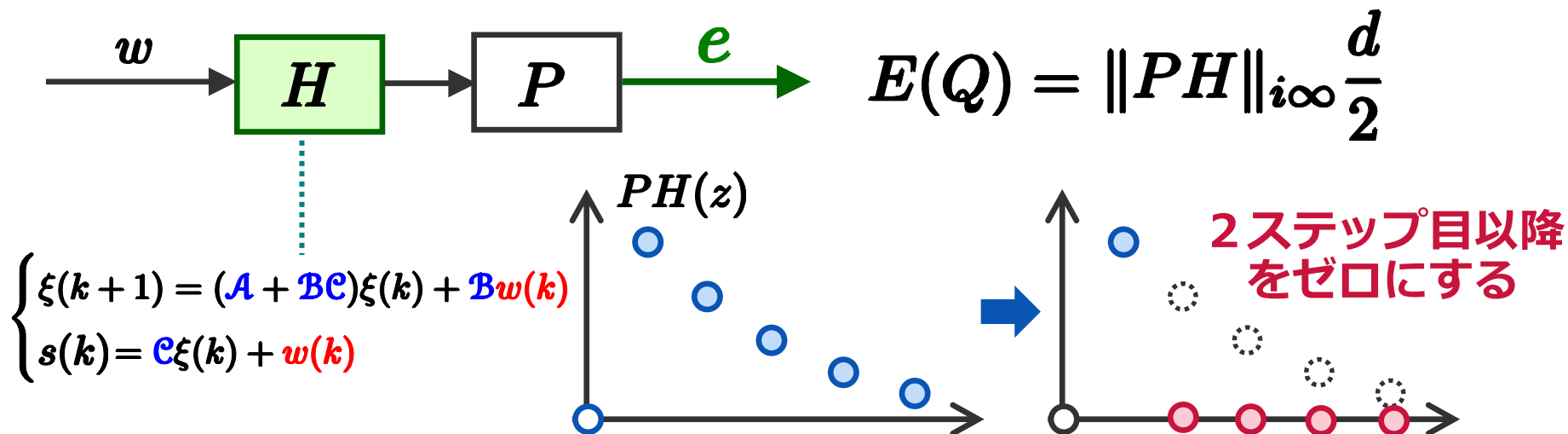
$$E(Q) = \|PH\|_{i\infty} \frac{d}{2}$$

ℓ_∞ gain

$$\sup_{\substack{w \in \ell_\infty \\ \|w\|_\infty \neq 0}} \frac{\|PHw\|_\infty}{\|w\|_\infty}$$

$$= \sum_{t=0}^{\infty} |s(t)|$$

設計 $E(Q)$ を最小化する Q ($\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$) を求めよ

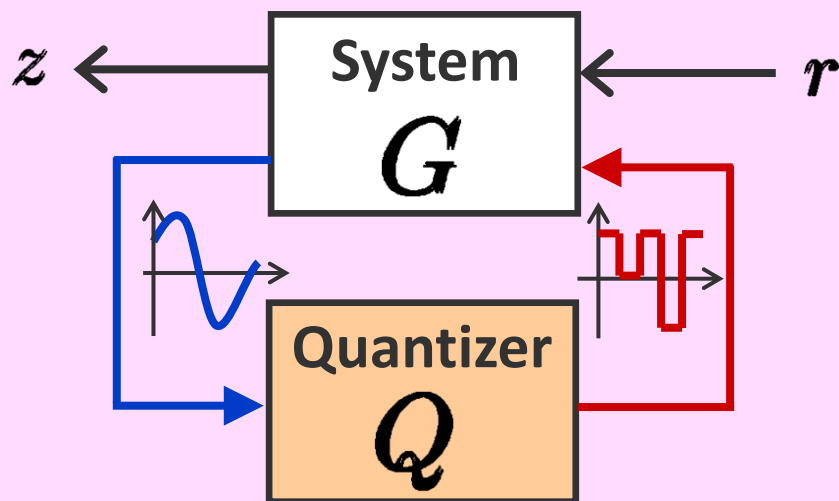


最適動的量子化器 $H = \frac{CB}{z} P^{-1} \quad E(Q^*) = \|CB\|_{\infty} \frac{d}{2}$

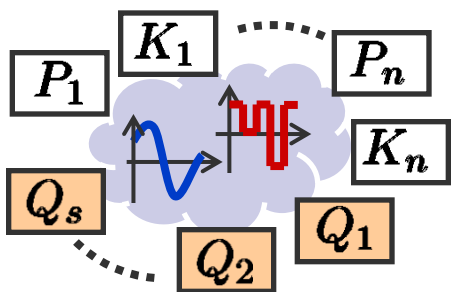
$$Q^* : \begin{cases} \xi(k+1) = \mathcal{A}\xi(k) + \mathcal{B}(v(k) - u(k)) \\ v(k) = \mathbf{q} \left[-(\mathcal{C}\mathcal{B})^{-1} \mathcal{C}\mathcal{A}\xi(k) + u(k) \right] \end{cases}$$

フィードバックシステム

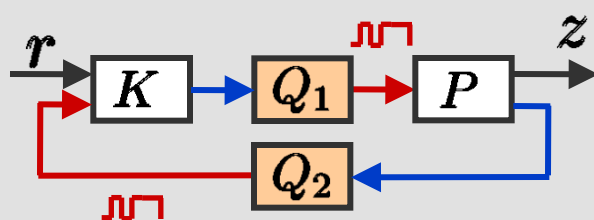
一般系



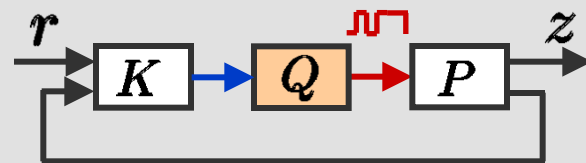
様々なタイプ



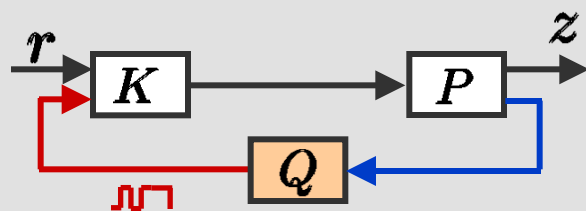
入出力量子化



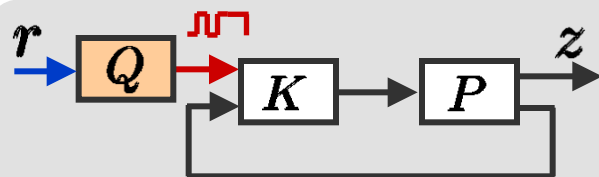
入力量子化



出力量子化



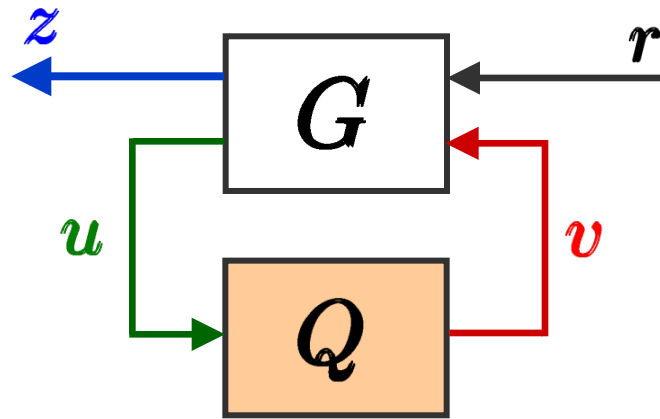
参照信号量子化



フィードフォワード



離散時間線形システム



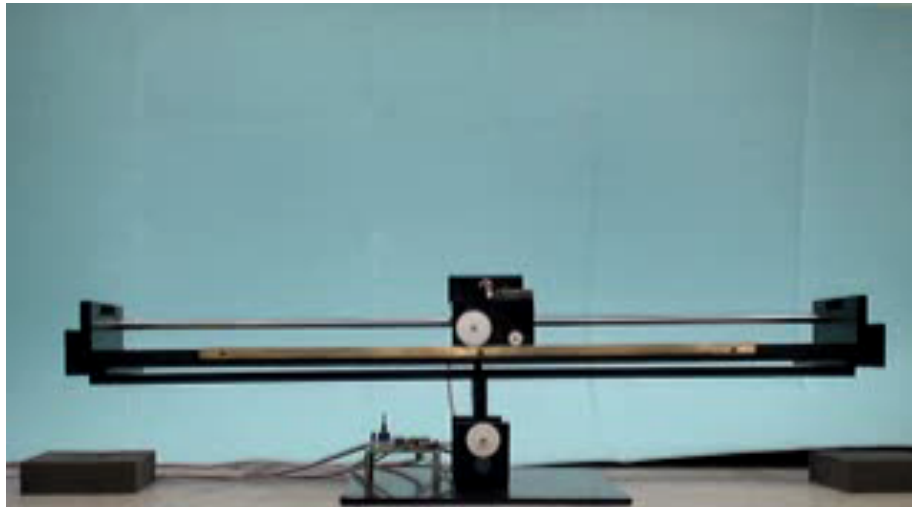
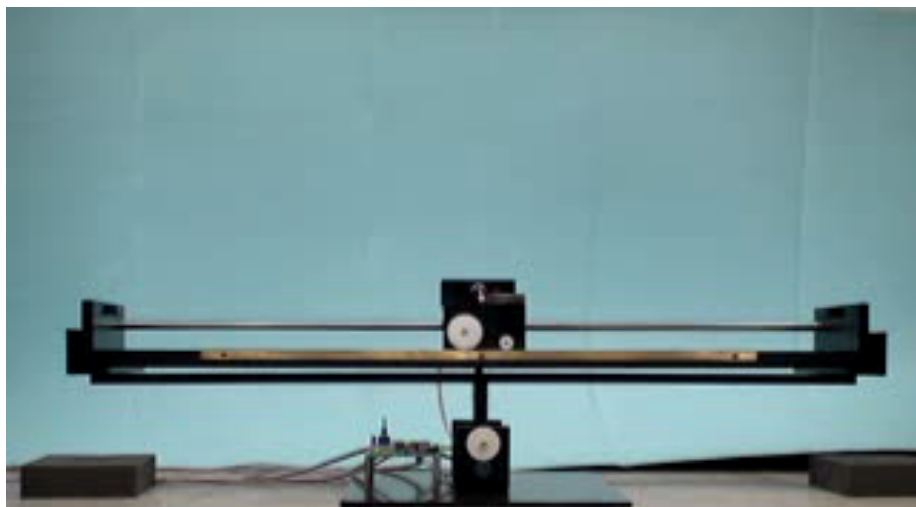
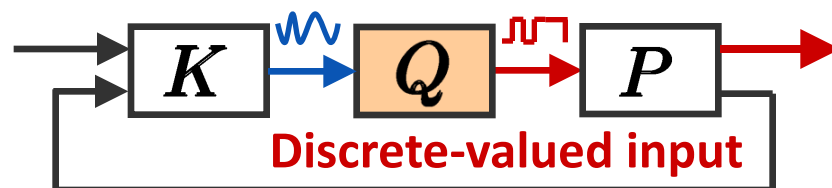
$$G : \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_1 r(k) + B_2 v(k) \\ z(k) = C_1 x(k) + D_1 r(k) \\ u(k) = C_2 x(k) + D_2 r(k) \end{cases}$$

最適動的量子化器

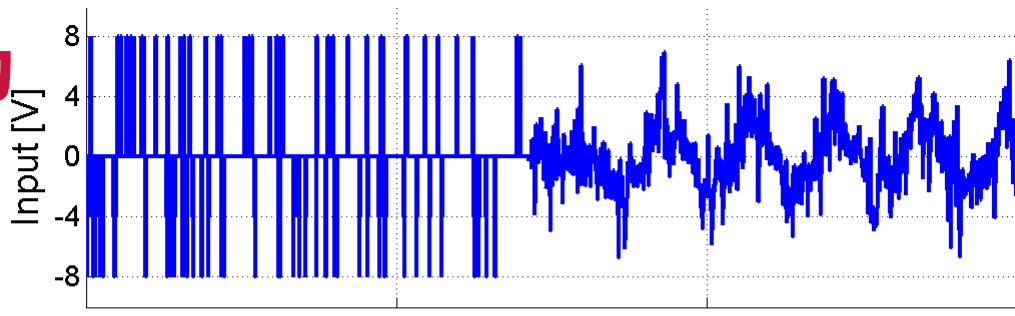
$$\Downarrow E(Q^*) = \| \text{abs}(C_1 B_2) \| \frac{d}{2}$$

$$Q^* : \begin{cases} \xi(k+1) = (A + B_2 C_2) \xi(k) + B_2 (v(k) - u(k)) \\ v(k) = q \left[-(C_1 B_2)^{-1} C_1 (A + B_2 C_2) \xi(k) + u(k) \right] \end{cases}$$

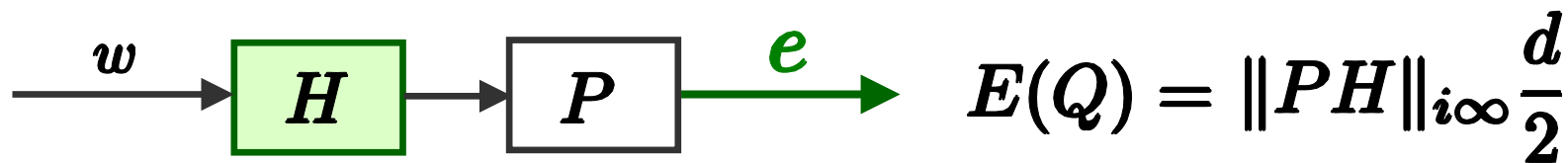
離散値入力制御 (+8[v], 0[v], -8[v])



離散値入力



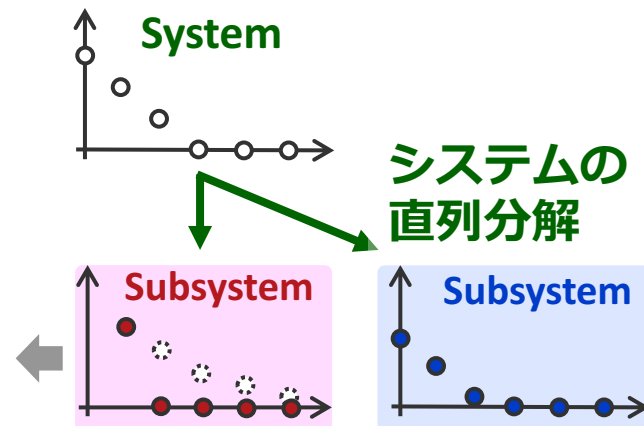
連続値入力



最適動的量子化器 $H = \frac{CB}{z} P^{-1}$ $E(Q^*) = \|CB\|_{\infty} \frac{d}{2}$

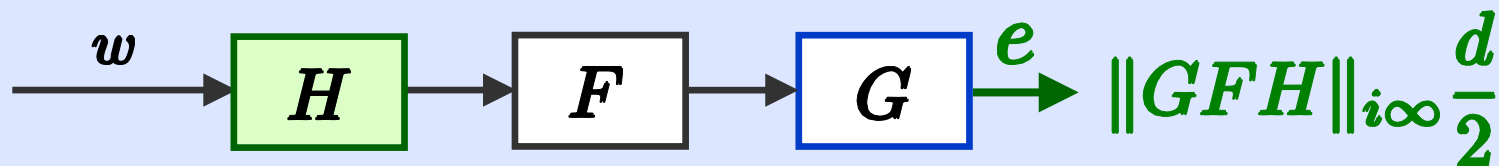
- ➡ H の極は, 0 と P の零点
- ➡ P が非最小位相系の場合に, **最適量子化器が不安定**になる
- ➡ **解決策 1)** 数値最適化アプローチ (LP, LMI, メタ)
- ➡ **解決策 2)** 代数的アプローチ

P の**全**モデル情報(不安定零点含む)
ではなく **部分**情報を利用



Block diagram of the system H and P . Input w enters block H (green), which outputs to block P (white). Block P outputs e , which is then multiplied by the norm $\|PH\|_{i\infty}$ and $d/2$.

$P = GF \rightarrow$ 最小位相, 厳密にプロパー,
 $\quad \quad \quad \downarrow \rightarrow$ 非最小位相, プロパー



F : 安定かつ最小位相

$$C_F B_F \neq 0$$

$$P(z) = \frac{z - a}{z(z - p_1)(z - p_2)} \quad |a| > 1$$

$$F(z) = \frac{z}{(z - p_1)(z - p_2)} \quad G(z) = \frac{z - a}{z^2}$$

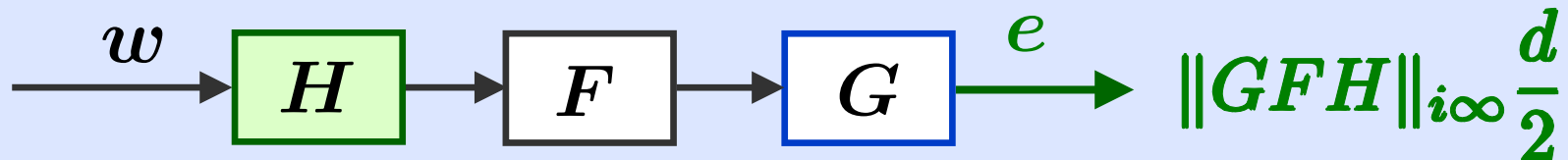
Block diagram of the system H and P . Input w enters block H , which outputs to block P . Block P outputs e . The output e is associated with the norm $\|PH\|_{i\infty} \frac{d}{2}$.

Diagram illustrating the system structure for the $\mathcal{H}_\infty$ norm calculation. The input w enters block H (green), which is followed by block F (white). Both H and F are enclosed in a dashed red box. The output of F enters block G (blue). The output of G is labeled e . The final expression is $\|GFH\|_{i\infty} \frac{d}{2}$.

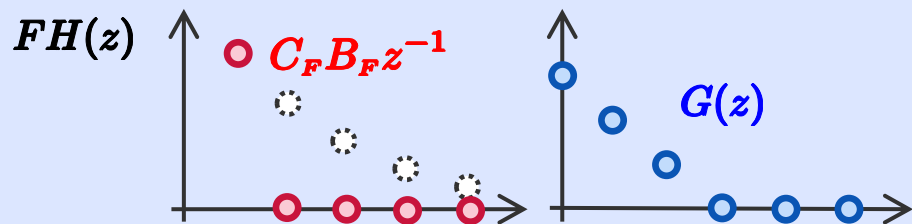
$$E(Q) = \|G\|_{i\infty} |C_F B_F|^{\frac{d}{2}}$$

システムの直列分解に基づく量子化器設計

Step 1 P を F (最小位相) と G (非最小位相) の積に分解



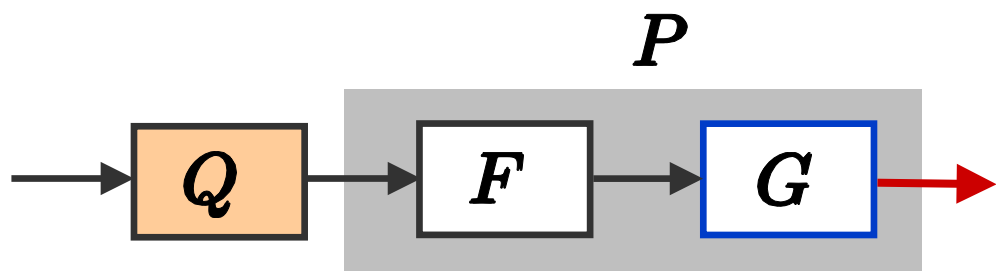
Step 2 $GFH = G(z)C_F B_F z^{-1}$ となる H を構成



Step 3 $Q^*(F)$ の P に対する評価 $\|G(C_F B_F)\|_{i\infty} \frac{d}{2}$

- ・ 非最小位相系に対して, 安定な量子化器を設計できる
- ・ 次数を指定して分解すれば, 固定次数の量子化器が得られる

安定な量子化器の設計

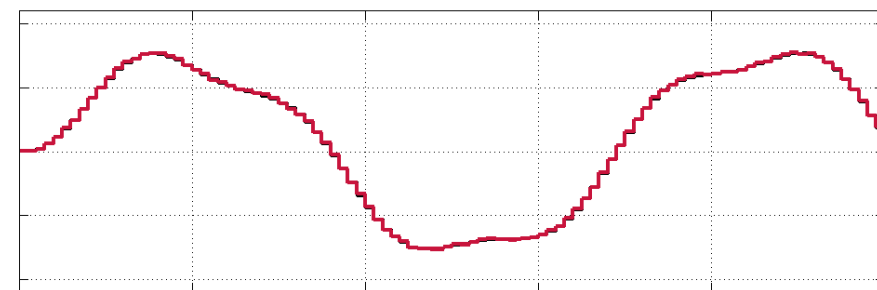
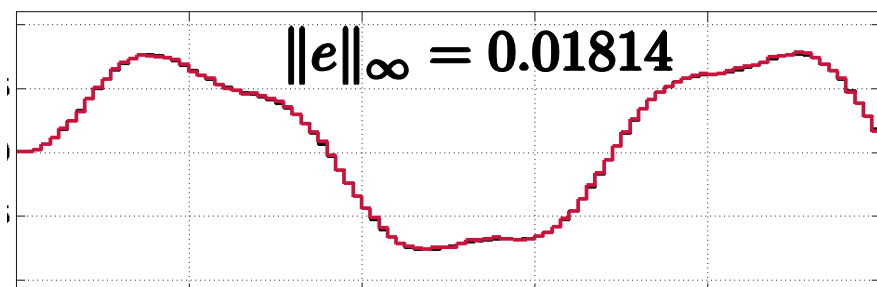
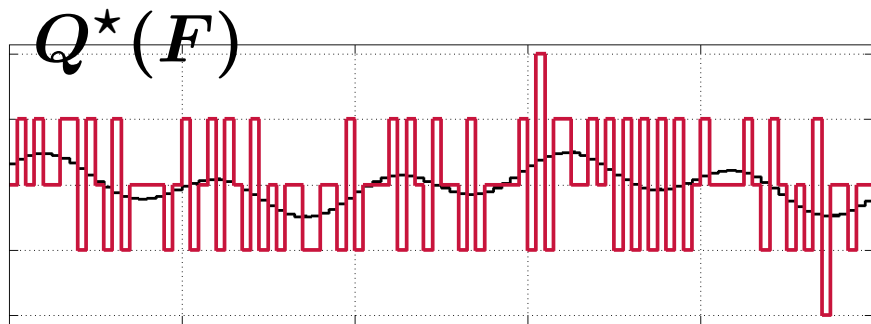
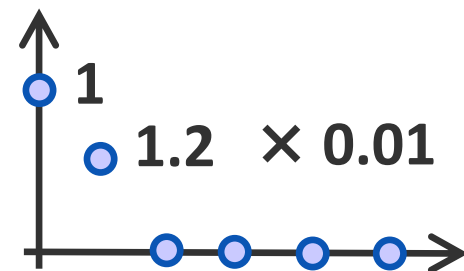


非最小位相系

$$P(z) = \frac{0.01(z + 1.2)}{(z - 0.9)(z - 0.95)}$$

$$F(z) = \frac{z}{(z - 0.9)(z - 0.95)}$$

$$G(z) = \frac{0.01(z + 1.2)}{z}$$



制御のためのノイズシェーピング量子化

非線形性を見えなくする技術

【第1部】 非線形性を消す

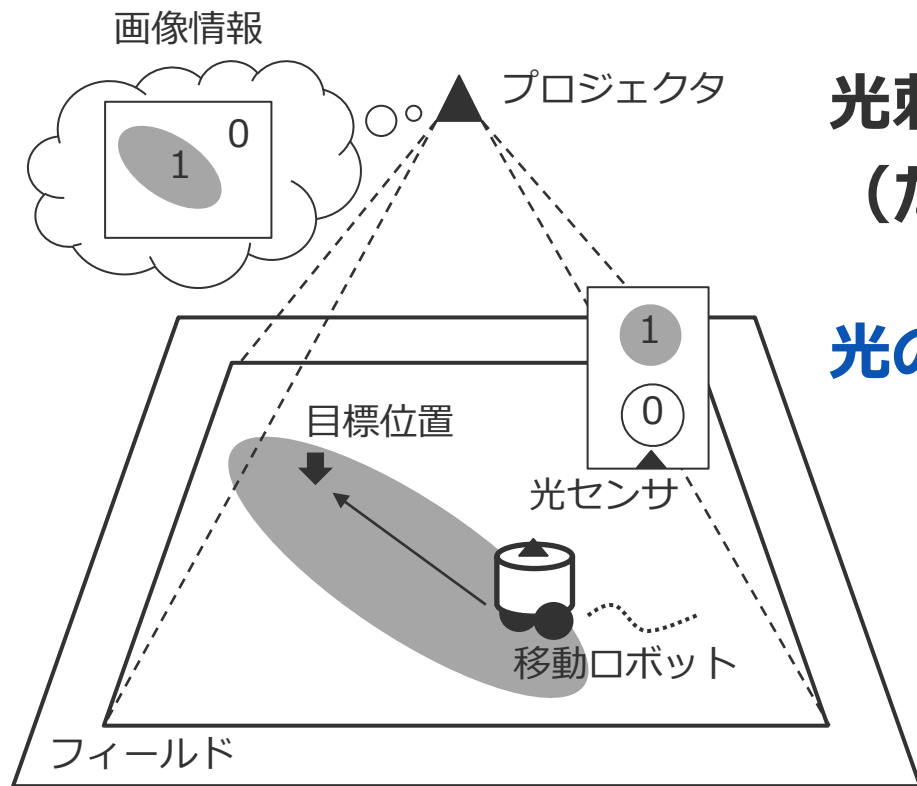
非線形性  非線形性の影響が出ないようにする

【第2部】 制御性能に影響を与えない量子化ノイズ

動的量子化  制御対象のモデルを利用した周波数整形

【第3部】 ノイズシェーピング技術の発展

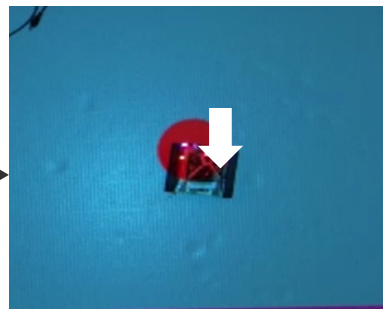
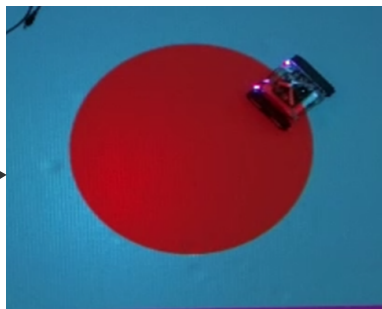
時空間光制御システム, 自動走行システムへの応用



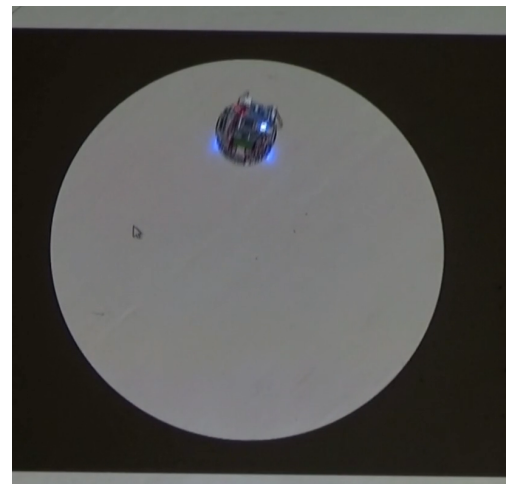
光刺激で行動を決定するロボット
(たとえば, 分子ロボット)

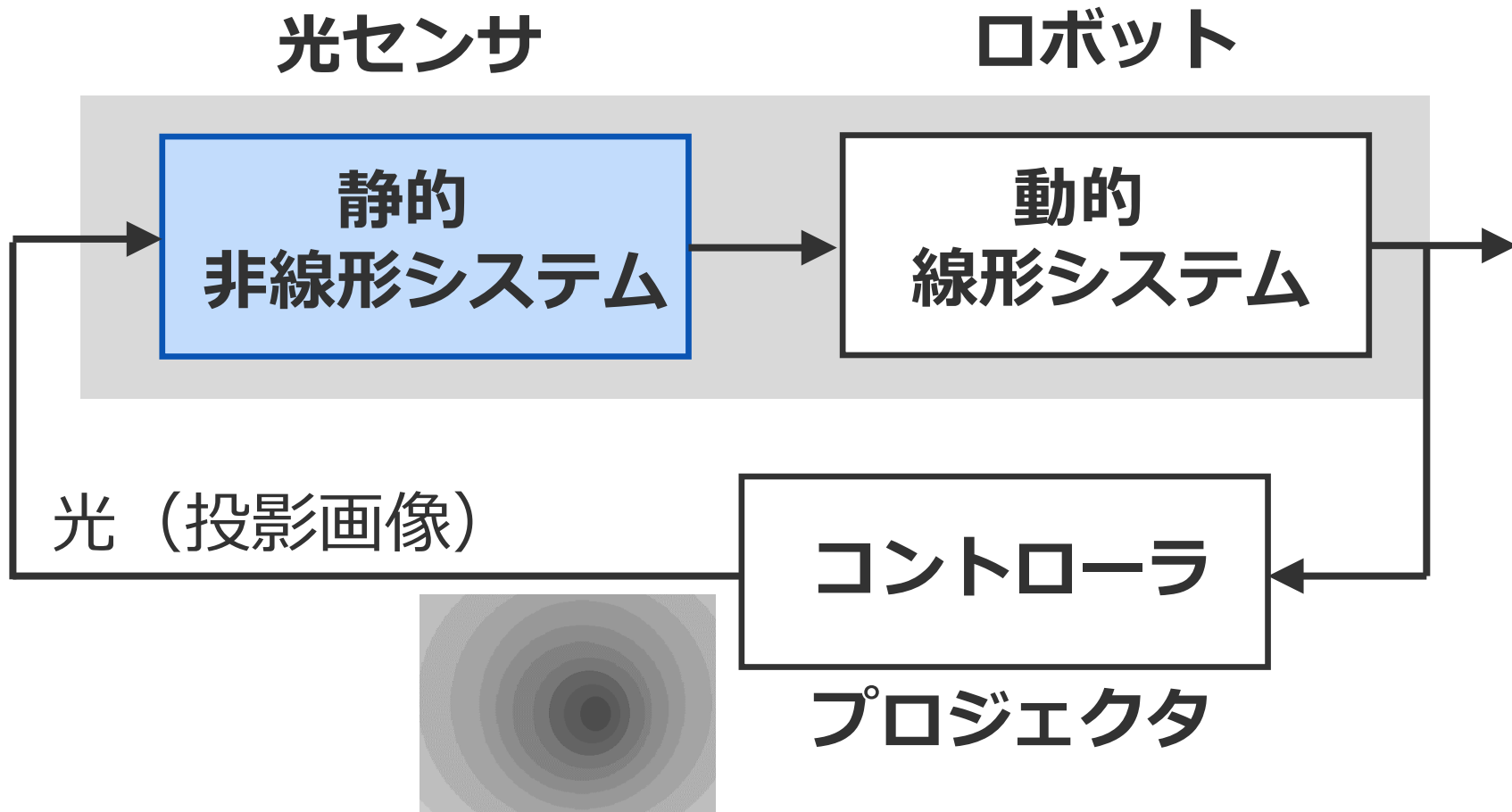
光の分布を時間・空間的に制御

光の分布を制御するだけで,
シンプルなロボットに
さまざまなタスクを行わせる



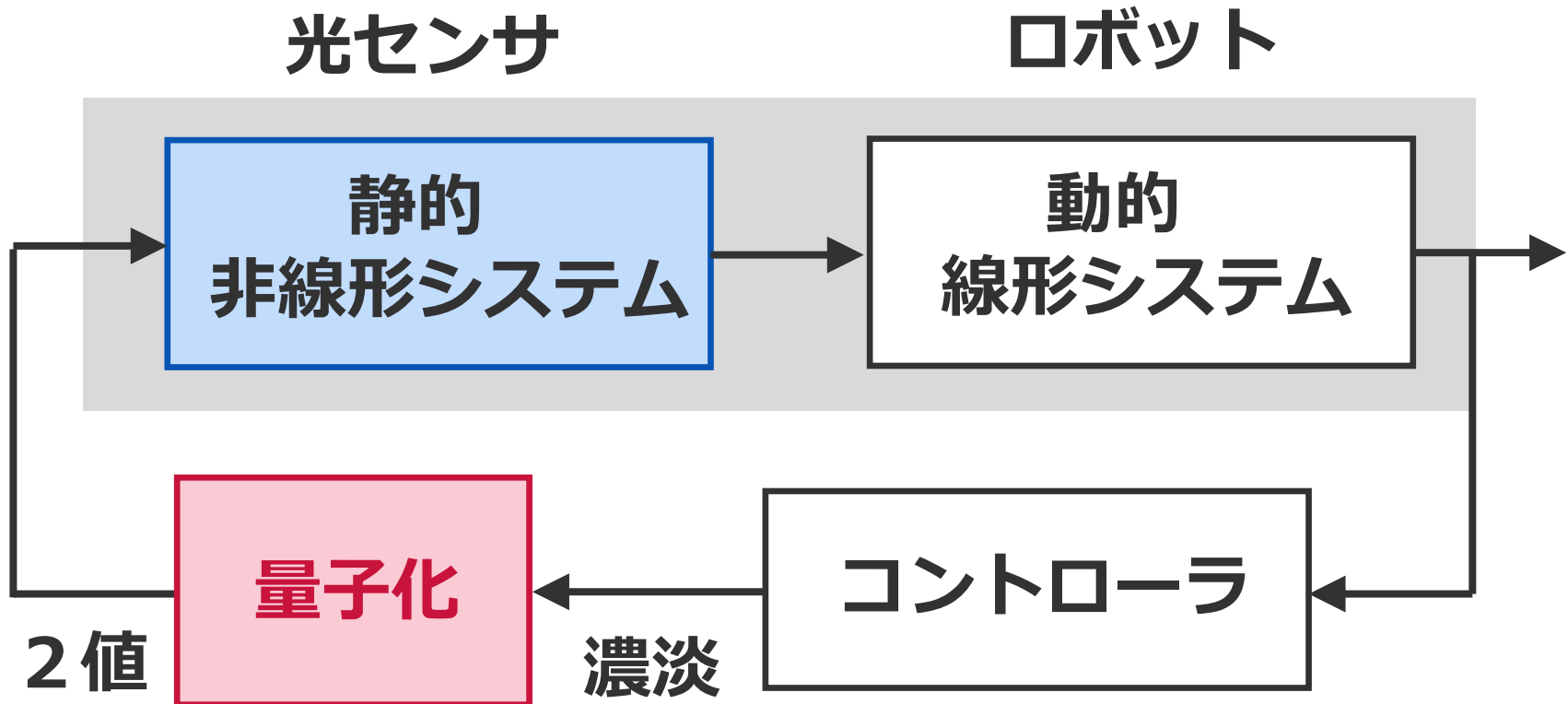
ex) ナビゲーション





- センサの性能
- ノイズ

➡ 正確な濃淡情報が取得できない



- 量子化器を挿入して，2値画像にする
- 2値画像の中に濃淡画像情報を埋め込む

2次元信号に対する量子化手法が必要

ハーフトーン処理 ⇒ 多値画像を2値画像に変換



多値画像（濃淡）

量子化
（2値化）



2値画像（白黒）

0	255	255	
0	55		

2値化
（量子化）

0	255	255	
→	0	→	
↙	↓	↘	

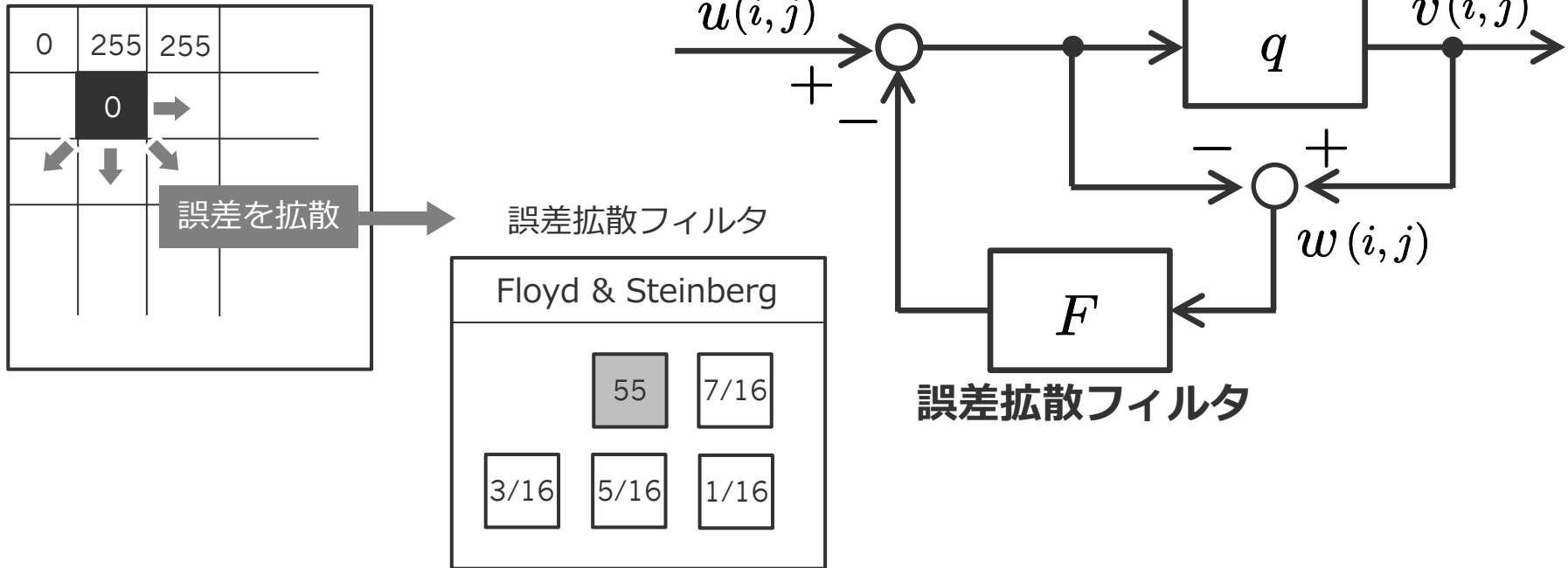
誤差を拡散

誤差拡散フィルタ

Floyd & Steinberg		
	55	7/16
3/16	5/16	1/16

一般的なハーフトーン処理

量子化ノイズのシェーピング



- 量子化ノイズをフィードバック
- フィルタリング（周波数整形）

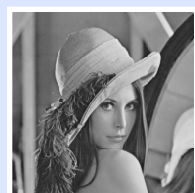
拡散フィルタを系統的に設計できないか？

フィルタの最適設計

ハーフトーン画像
(1bit)



人間の視覚



濃淡画像
(8bit)



量子化器



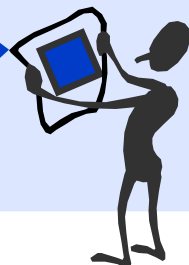
見た目が似ている！

を像



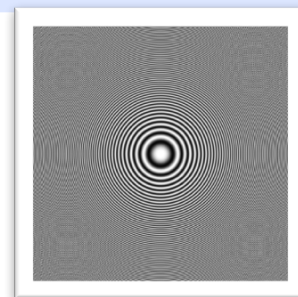
濃淡画像を
眺めて認識した画像

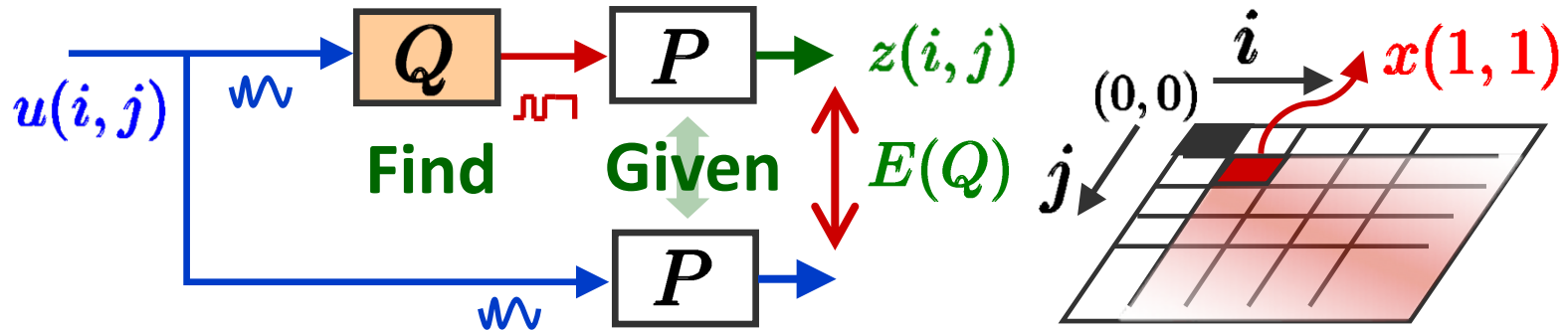
$Q^*(P)$ を用いる



P : 視覚モデル
(low-pass filter)

← 視覚特性
(spatial cut-off frequency)



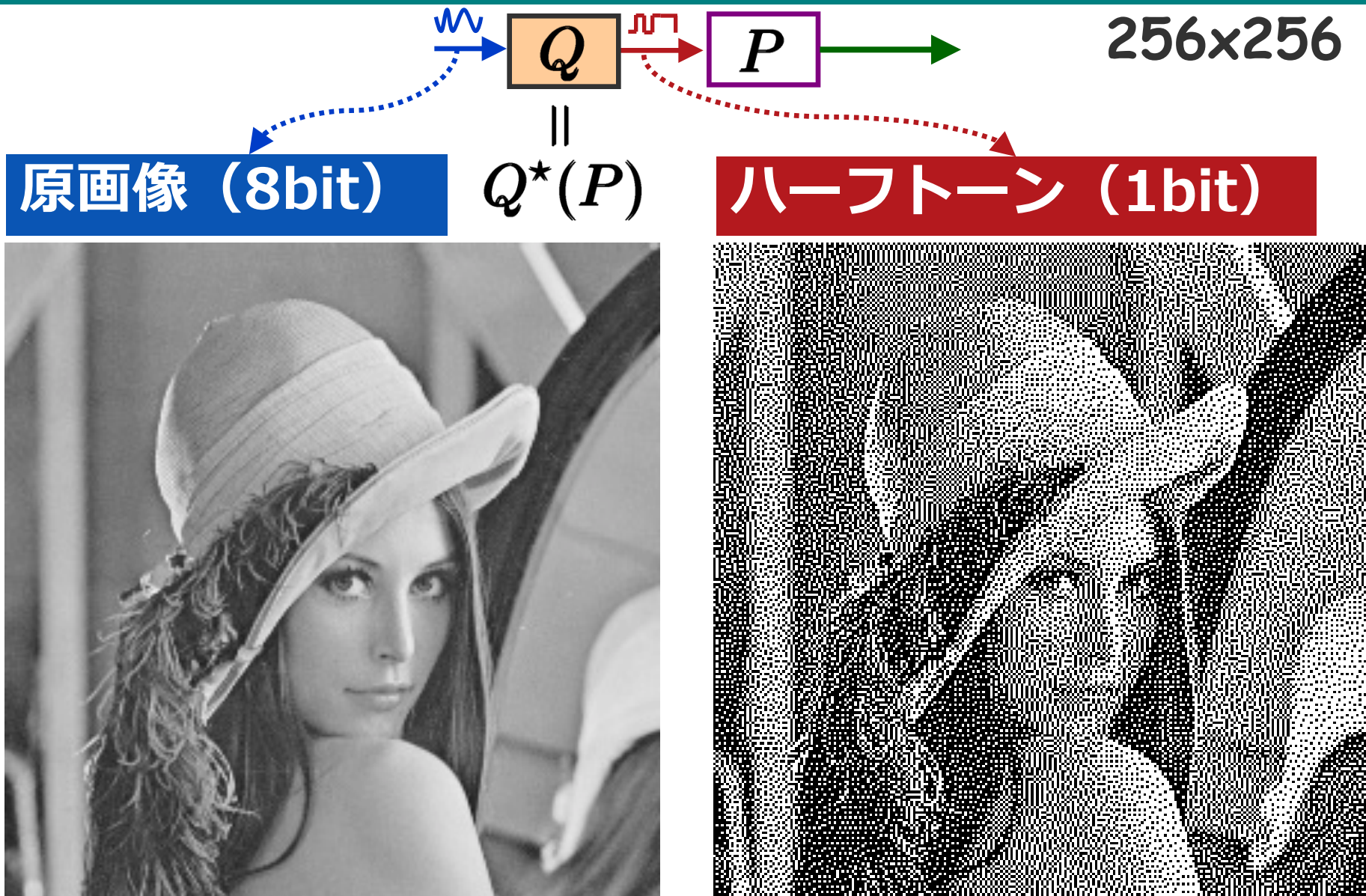


$$P : \begin{cases} x(i+1, j+1) = A_0 x(i, j) + A_1 x(i, j+1) \\ \quad + A_2 x(i+1, j) + B v(i, j) \\ z(i, j) = C x(i, j) \end{cases}$$

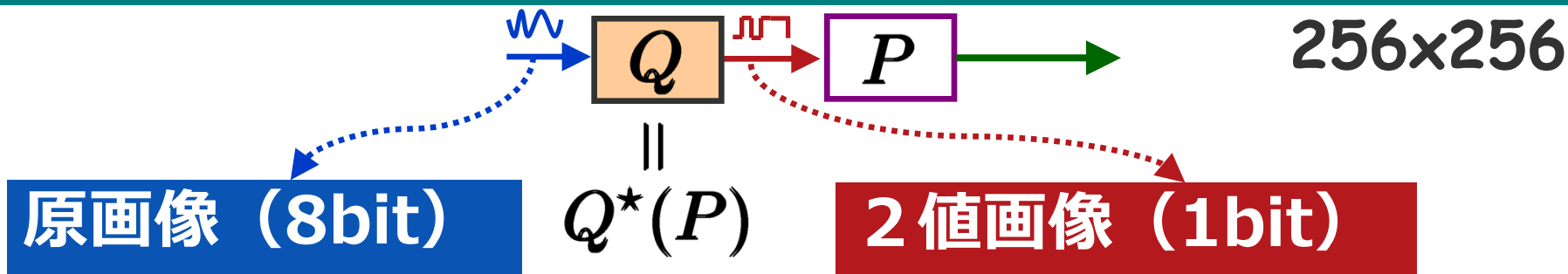
$$Q : \begin{cases} \xi(i+1, j+1) = \mathcal{A}_0 \xi(i, j) + \mathcal{A}_1 \xi(i, j+1) \\ \quad + \mathcal{A}_2 \xi(i+1, j) + \mathcal{B}_1 u(i, j) + \mathcal{B}_2 v(i, j) \\ v(i, j) = \mathbf{q} [\mathcal{C}_0 \xi(i, j) + \mathcal{C}_1 \xi(i, j+1) + \mathcal{C}_2 \xi(i+1, j) + u(i, j)] \end{cases}$$

⇒ $Q^*(P)$ 入出力特性を最良近似 (1次元システムの拡張)

ハーフトーン処理



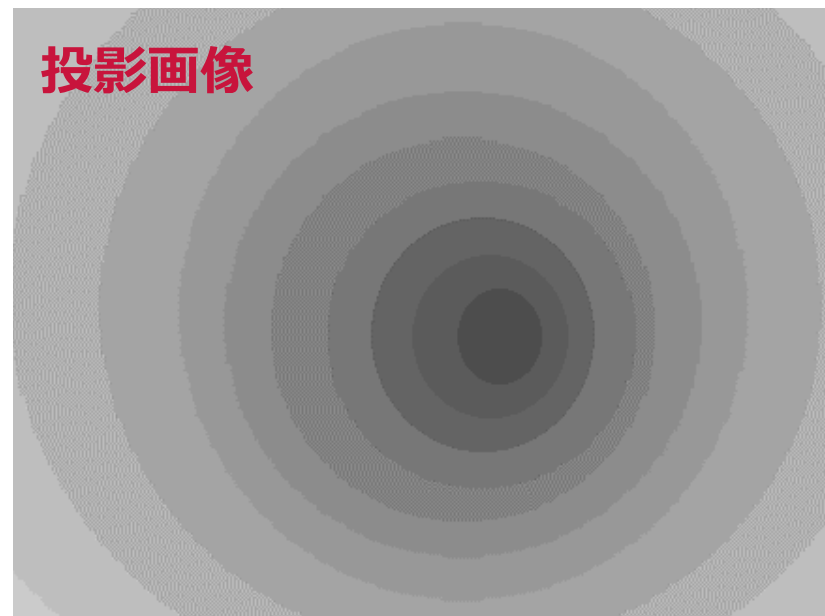
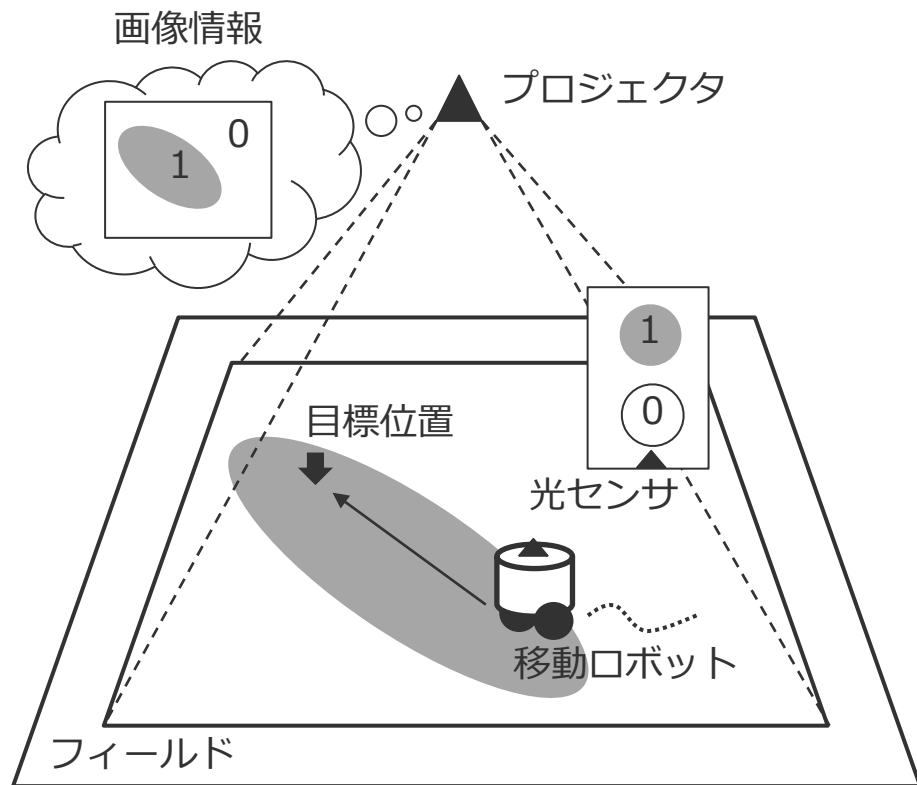
ハーフトーン処理



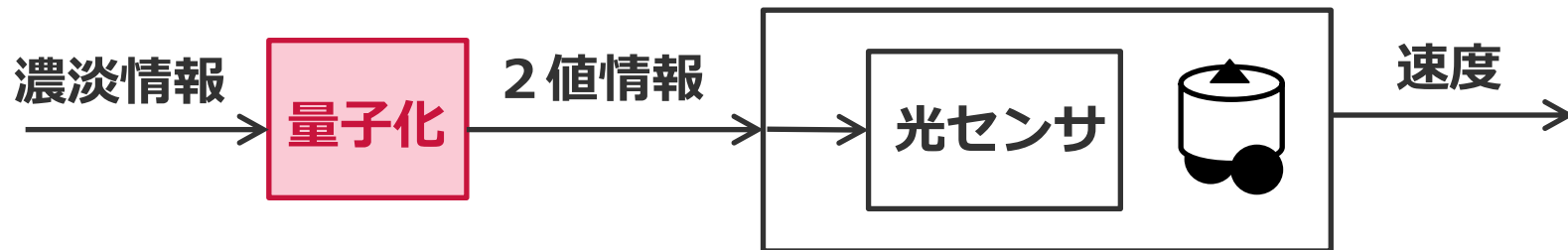
$Q^*(P)$



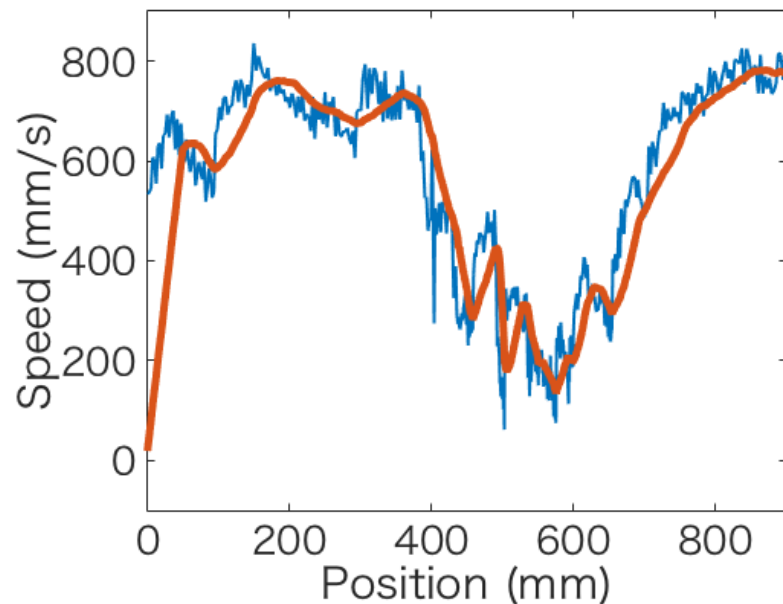
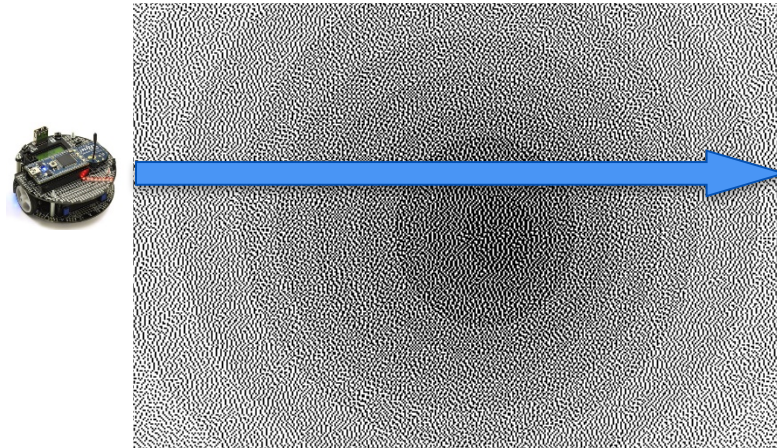
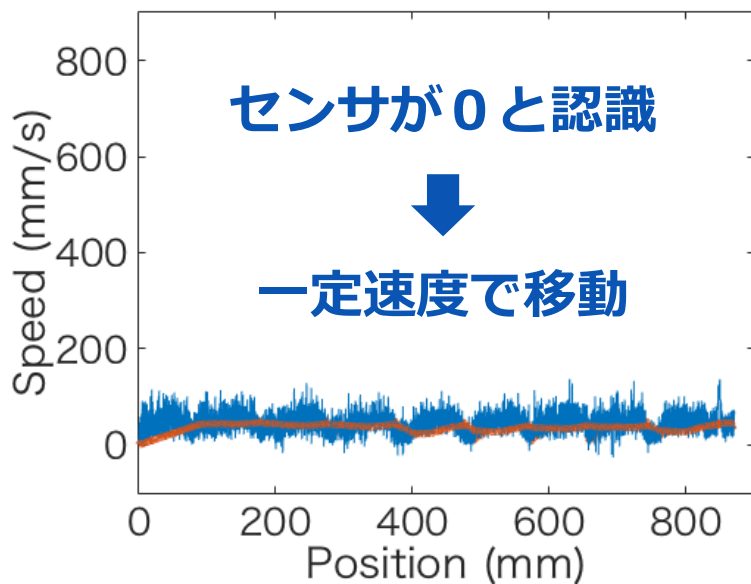
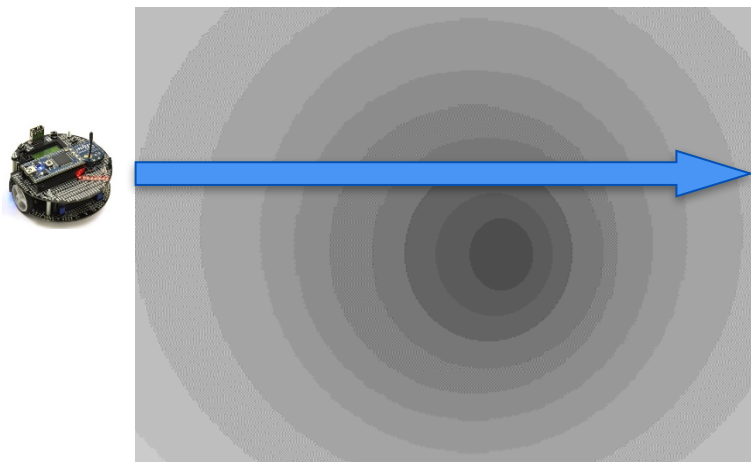
濃淡画像のように認識できる画像を生成



- 明暗に応じた速度
- センサは0/1判定



時空間光制御システム



センサが0と1を認識 ➡ 速度が変化

制御のためのノイズシェーピング量子化

非線形性を見えなくする技術

【第1部】 導入

非線形システムの制御：量子化によるアプローチ

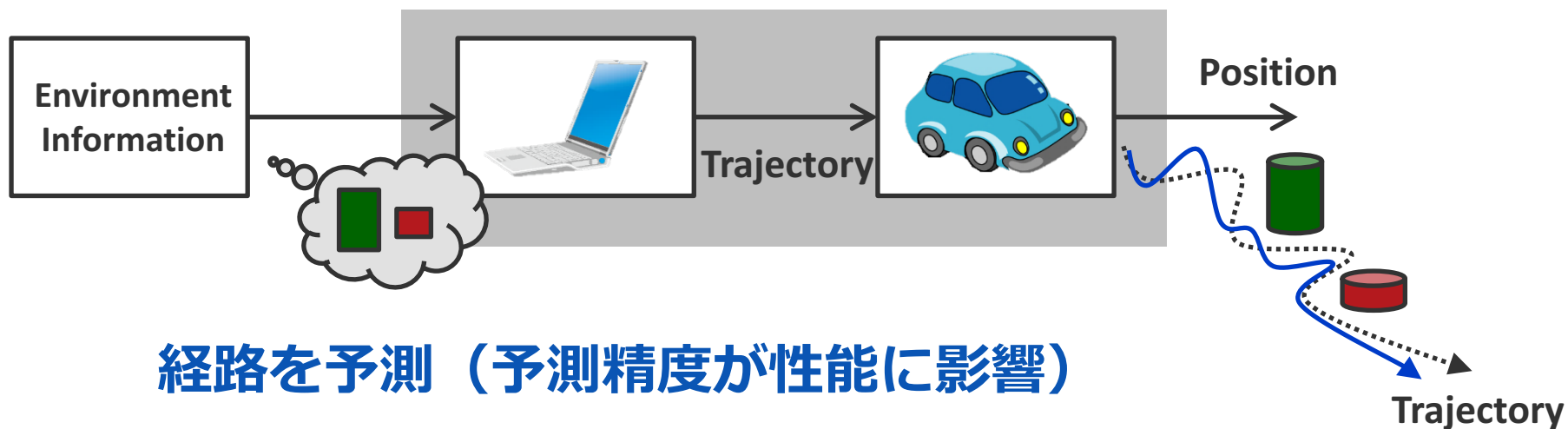
【第2部】 ノイズシェーピング量子化の基礎

動的量子化器の最適設計問題と解析解

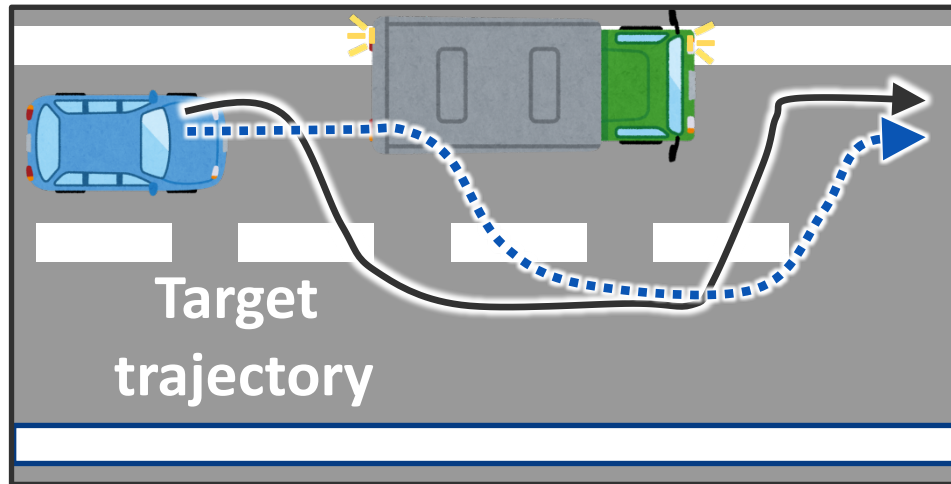
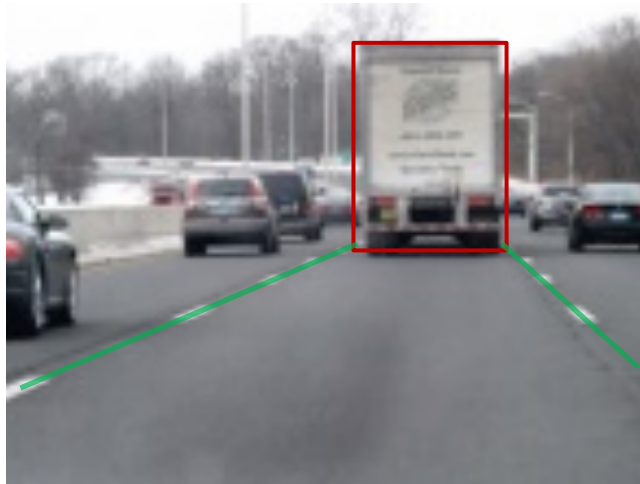
【第3部】 ノイズシェーピング技術の発展

時空間光制御システム，自動走行システムへの応用

自動走行システム

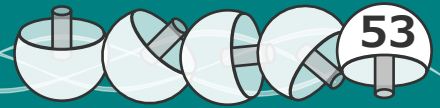


経路を予測（予測精度が性能に影響）



予測誤差が生じたとしても，その影響を小さくできればよい
➡ 予測値整形技術「予測ガバナ」の提案

予測ガバナの応用例

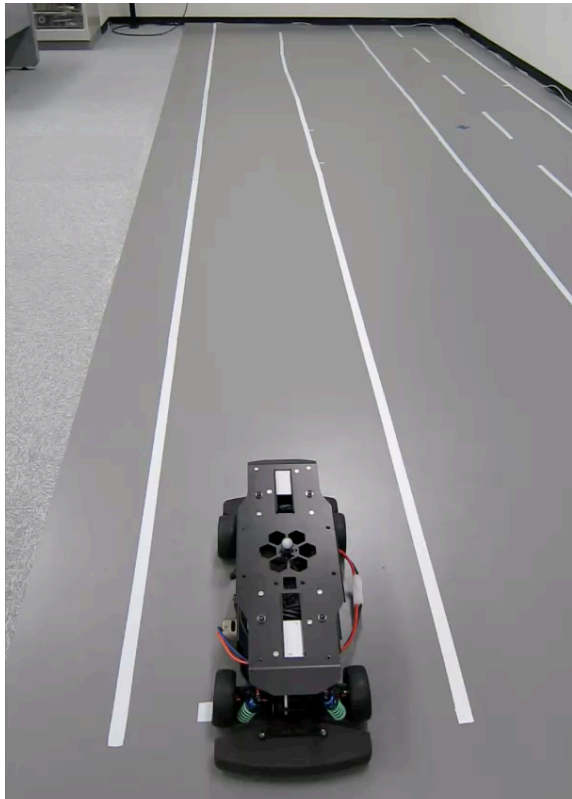
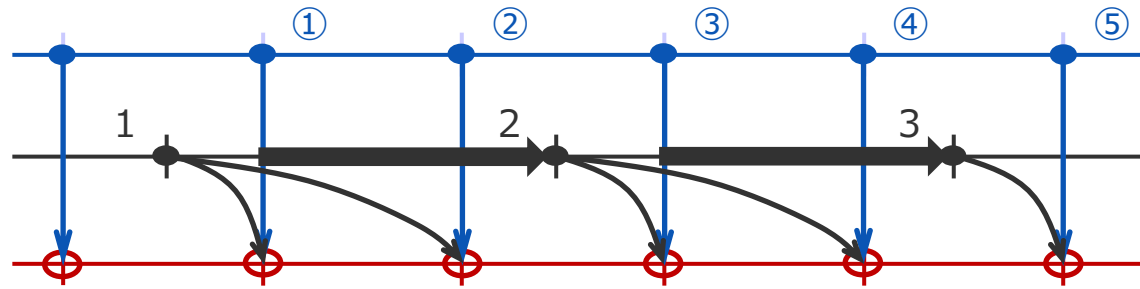


Mechanical Dynamics Lab.

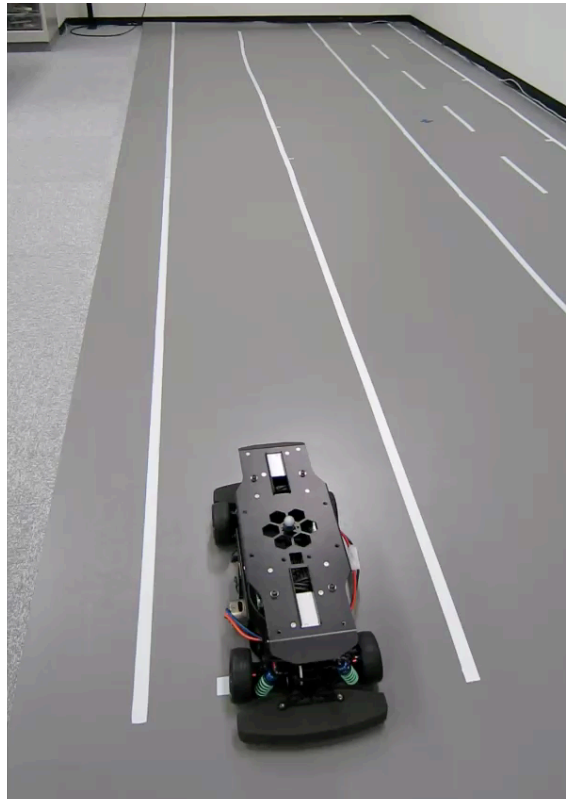
Low accuracy data
(real-time)

High accuracy data
(not real-time)

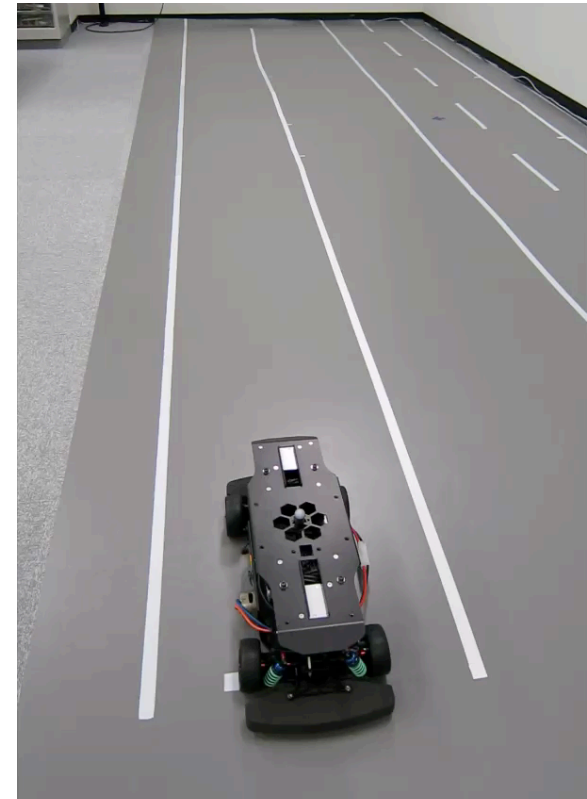
Shaped data



Low accuracy data

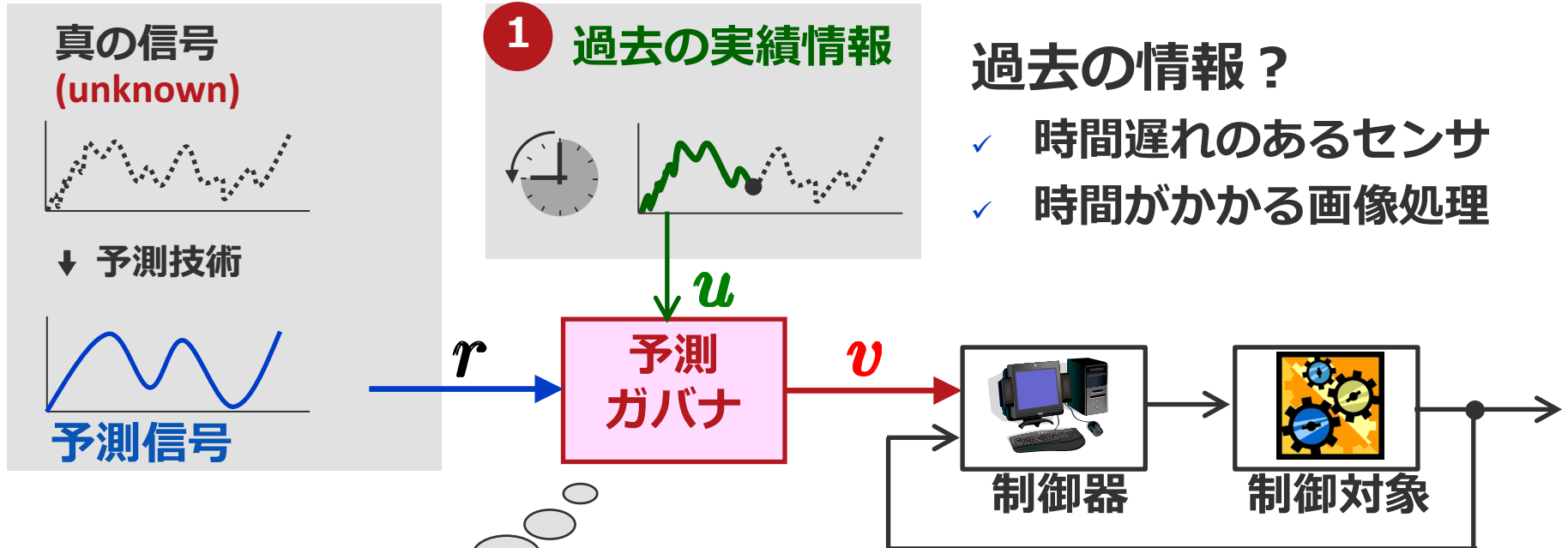


High accuracy data



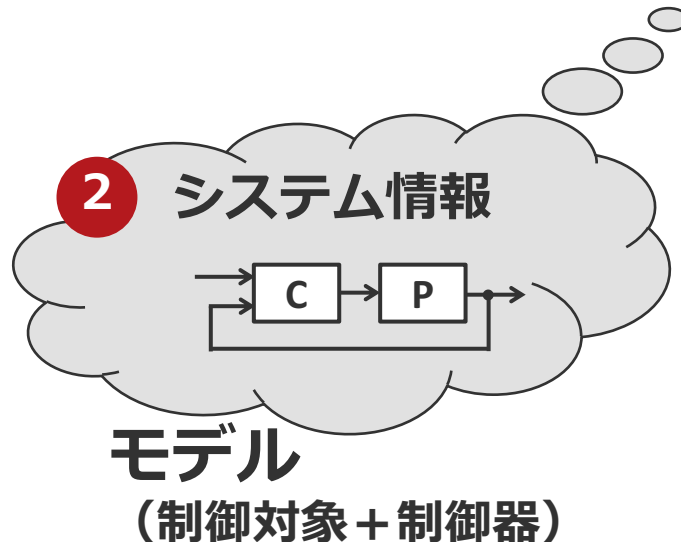
Shaped data

どのような信号整形か？



過去の情報？

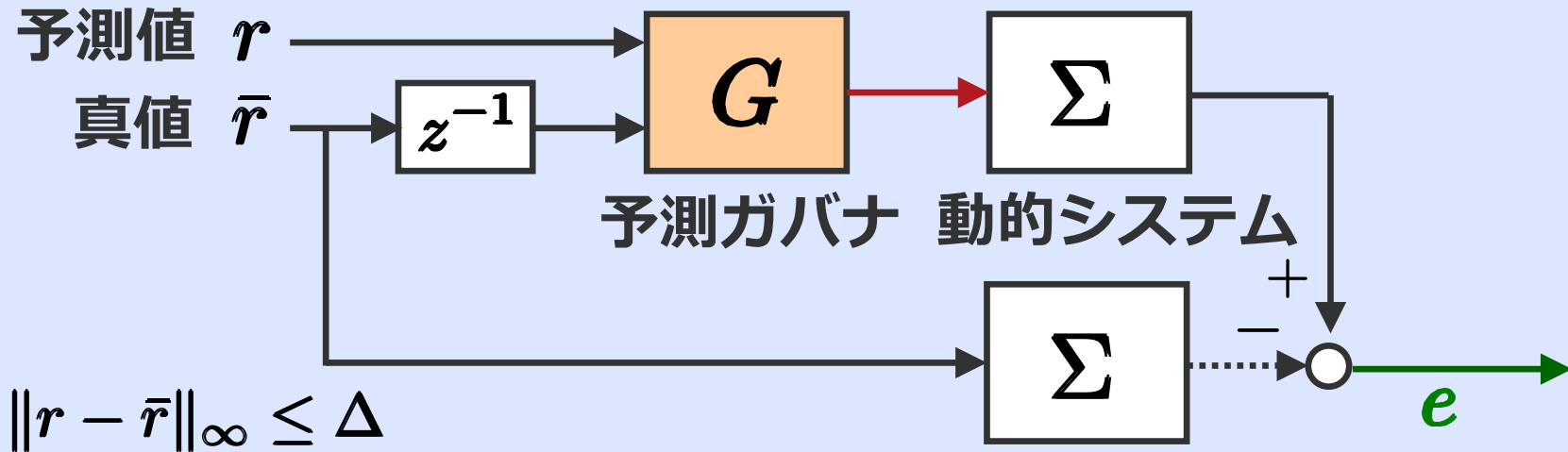
- ✓ 時間遅れのあるセンサ
- ✓ 時間がかかる画像処理



$$v(t) = r(t) - (r(t-1) - \bar{r}(t-1))$$

予測ガバナ

$$G: \begin{cases} \xi(t+1) = \mathcal{A}\xi(t) + \mathcal{B}_1 r(t) + \mathcal{B}_2 u(t) \\ v(t) = \mathcal{C}\xi(t) + \mathcal{D}_1 r(t) + \mathcal{D}_2 u(t) \end{cases}$$



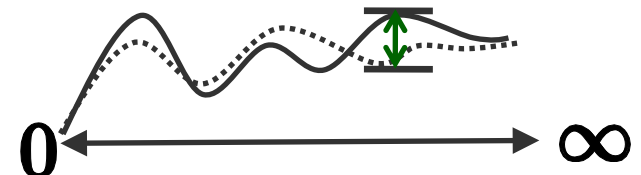
$$\Sigma : \begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bv(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad CB \neq 0$$

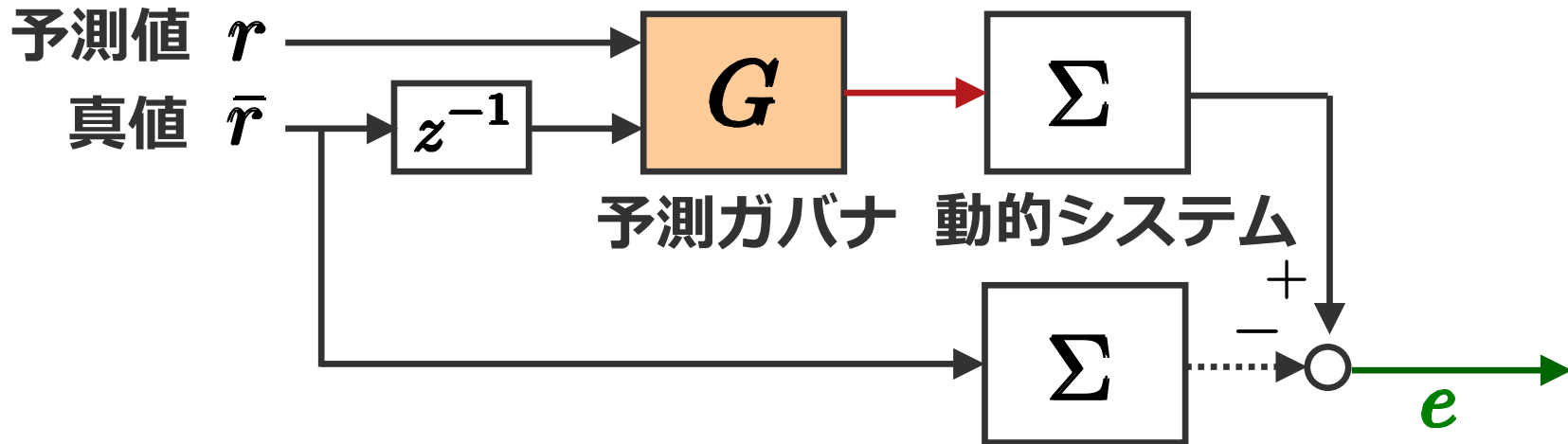
$$G : \begin{cases} \xi(t+1) = \mathcal{A}\xi(t) + \mathcal{B}_1 r(t) + \mathcal{B}_2 u(t) \\ v(t) = \mathcal{C}\xi(t) + \mathcal{D}_1 r(t) + \mathcal{D}_2 u(t) \end{cases}$$

評価関数

$$J(G) := \sup_{(x_0, r, \bar{r})} \|e\|_{\infty}$$

maximum output diff.





最適解

$J(G) := \sup_{(x_0, r, \bar{r})} \|e\|_\infty$ の最小化

$$G^* : \begin{cases} \xi(t+1) = \mathcal{A}^* \xi(t) + \mathcal{A}^* B(\hat{r}(t-1) - r(t-1)) \\ v(t) = \mathcal{C}^* \xi(t) + \mathcal{C}^* B(\hat{r}(t-1) - r(t-1)) + \hat{r}(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{A}^* = A - B(CB)^{-1}CA \quad \mathcal{C}^* = -(CB)^{-1}CA$$

$$J(G^*) = \|CB\|_\infty \Delta \quad : \text{性能限界}$$

過去の予測誤差を
FB&フィルタリング